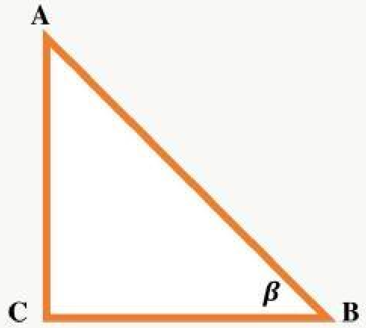
LEMBAR AKTIVITAS PESERTA DIDIK (LAPD)

Mata Pelajaran	**:**	**Matematika**
Fase/Kelas/Semester	:	E/X/2
Elemen	:	Geometri
Penggalan CP	:	Peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan segitiga siku-siku yang berkaitan dengan perbandingan trigonometri dan aplikasinya
Konten	:	Geometri
Tujuan Pembelajaran	:	1. Peserta didik mampu menemukan nilai rasio trigonometri untuk sudut-sudut istimewa di kuadran I 2. Peserta didik mampu mengilustrasikan nilai rasio trigonometri untuk sudut-sudut istimewa di kuadran I 3. Peserta didik mampu merumuskan identitas trigonometri 4. Peserta didik mampu menerapkan dan menggunakan identitas trigonometri dalam menyelesaikan masalah kontekstual

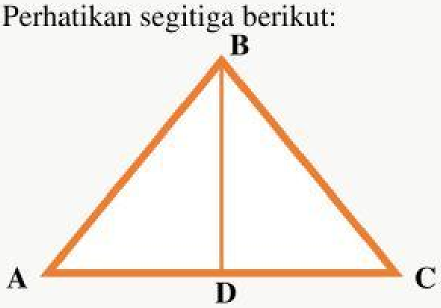
Pengaitan (materi prasyarat):

1. Perhatikan gambar berikut ini:



Diketahui AB= 26 cm, dan CB= 10 cm
Tentukan $\sin\beta$, $\cos\beta$, $\tan\beta$

2. Perhatikan segitiga berikut:



Jika panjang **AB=BC=**17 cm , dan panjang **AC=**16 cm, tentukan panjang **BD!**

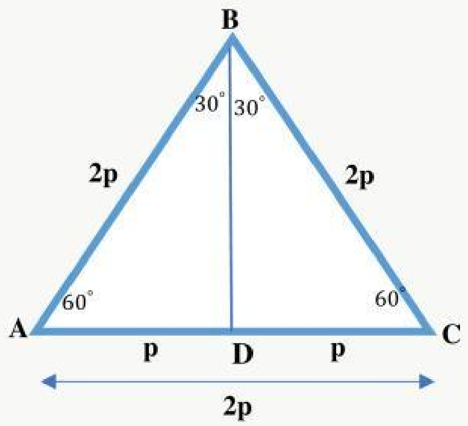
Aktivitas 1 : Menemukan nilai rasio trigonometri untuk sudut-sudut istimewa di kuadran I

Informasi 1

Saat belajar trigonometri, anda akan dikenalkan dengan sudut istimewa. Sudut istimewa adalah sudut yang nilai trigonometrinya mudah untuk diingat dan dihafal, sehingga dalam menentukan nilai trigonometrinya anda tidak membutuhkan alat bantu seperti kalkulator.

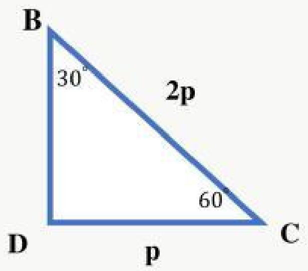
Adapun sudut-sudut yang termasuk sudut istimewa di kuadran I adalah 0°, 30°, 45°, 60°, dan 90°. Lalu berapa nilai rasio trigonometri untuk sudut-sudut tersebut? Untuk menemukan nilai rasio trigonometri dari sudut-sudut istimewa di atas, kita dapat menggunakan bantuan dari segitiga siku-siku.

1) **Nilai rasio trigonometri untuk sudut 30° dan 60°:**
Sudut 30° dan 60° pada segitiga siku-siku dibentuk melalui segitiga sama sisi yang dibagi dua tepat dibagian tengahnya sehingga dihasilkan dua segitiga siku-siku yang kongruen. Perhatikan gambar berikut :



Sisi BD bisa dianggap sebagai sisi tegak segita siku-siku. Panjang sisi dari segitiga sama sisi masing-masing kita misalkan dengan **2p .**

Pertama-tama , kita cari panjang sisi **BD** dapat kita tentukan dengan teorema Pythagoras, kita gunakan salah satu segitiga siku-siku diatas , misalnya $\Delta \boldsymbol{BDC}$ diperoleh :



$$\boldsymbol{BD^2 = BC^2 - CD^2}$$

$$\boldsymbol{BD^2 = (2p)^2 - (p)^2}$$

$$\boldsymbol{BD^2 = 4p^2 - . \ldots}$$

$$\boldsymbol{BD^2 = 3p^2}$$

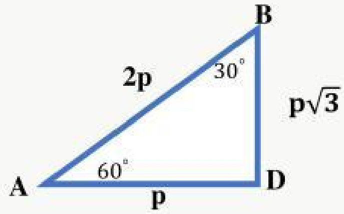
$$\boldsymbol{BD = \sqrt{\ldots p^2}}$$

$$\boldsymbol{BD = \sqrt{3} \,.\, \sqrt{\ldots^2}}$$

$$\boldsymbol{BD = \sqrt{3} \,.\, \mathrm{p}}$$

$$\boldsymbol{BD = p\sqrt{3}}$$

Selanjutnya , kita gunakan salah satu segitiga siku-siku diatas untuk menemukan nilai perbandingan trigonometri untuk sudut $\mathbf{30}^\circ$ dan $\mathbf{60}^\circ$, misalnya kita gunakan ΔABD , diperoleh :

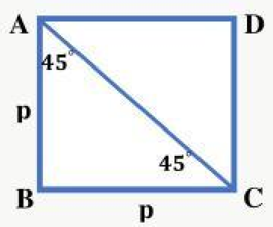


1) **Nilai perbandingan sinus :**
   Nilai rasio trigonometri untuk sinus merupakan perbandingan antara sisi depan dan sisi miring dari sudut yang bersangkutan
   - $\sin \mathbf{30}^\circ = \dfrac{\textit{sisi depan}}{\textit{sisi miring}} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{p}{2p} = \dfrac{1}{2}$
   - $\sin \mathbf{60}^\circ = \dfrac{\textit{sisi depan}}{\textit{sisi miring}} = \dfrac{\ldots\ldots}{AB} = \dfrac{p\sqrt{3}}{2p} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{3}$

2) **Nilai perbandingan cosinus :**
   Nilai rasio trigonometri untuk cosinus merupakan perbandingan antara sisi samping dan sisi miring dari sudut yang bersangkutan
   - $\cos \mathbf{30}^\circ = \dfrac{\textit{sisi samping}}{\textit{sisi miring}} = \dfrac{BD}{\ldots\ldots} = \dfrac{p\sqrt{3}}{2p} = \dfrac{\sqrt{3}}{\ldots\ldots} = \dfrac{1}{2}\sqrt{3}$
   - $\cos \mathbf{60}^\circ = \dfrac{\textit{sisi samping}}{\textit{sisi miring}} = \dfrac{AD}{\ldots\ldots} = \dfrac{\ldots\ldots}{2p} = \dfrac{1}{2}$

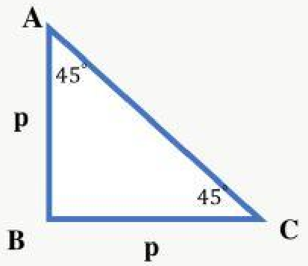
3) **Nilai perbandingan tangen :**
   Nilai rasio trigonometri untuk tangen merupakan perbandingan antara sisi depan dan sisi samping dari sudut yang bersangkutan
   - $\tan \mathbf{30}^\circ = \dfrac{\textit{sisi depan}}{\textit{sisi samping}} = \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{\ldots\ldots}{p\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{3}\sqrt{3}$
   - $\tan \mathbf{60}^\circ = \dfrac{\textit{sisi depan}}{\textit{sisi samping}} = \dfrac{\ldots\ldots}{AD} = \dfrac{p\sqrt{3}}{\ldots\ldots} = \sqrt{3}$

2) Nilai rasio trigonometri untuk sudut 45° :
Jika suatu persegi dibagi menjadi dua bagian tepat dibagian diagonalnya, maka akan terbentuk dua segitiga siku-siku sama kaki yang kongruen. Besarnya sudut dikedua kaki segitiga adalah sama, yaitu 45°. Perhatikan gambar berikut:



Panjang diagonal **AC** bisa ditentukan dengan menggunakan teorema Pythagoras.

Kita gunakan ΔABC untuk mencari panjang **AC**



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = p^2 + \ldots\ldots$$

$$AC^2 = 2p^2$$

$$AC = \sqrt{2\ldots\ldots}$$

$$AC = (\sqrt{2}) \times (\sqrt{p^2})$$

$$AC = \sqrt{2} \times \ldots\ldots$$

$$AC = p\sqrt{2}$$

Selanjutnya, dengan ΔABC dengan berpatokan pada $\angle C$, kita akan mencari nilai rasio trigonometri untuk sudut 45°

a) **Nilai perbandingan sinus :**
Nilai rasio trigonometri untuk sinus merupakan perbandingan antara sisi depan dan sisi miring dari sudut yang bersangkutan

- $\sin 45^\circ = \frac{sisi\ depan}{sisi\ miring} = \frac{\ldots\ldots}{AC} = \frac{p}{\ldots\ldots} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\ldots\ldots}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

b) **Nilai perbandingan cosinus :**
Nilai rasio trigonometri untuk cosinus merupakan perbandingan antara sisi samping dan sisi miring dari sudut yang bersangkutan

- $\cos 45^\circ = \frac{sisi\ samping}{sisi\ miring} = \frac{BC}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{p\sqrt{2}} = \frac{1}{\ldots\ldots} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\ldots\ldots$

c) **Nilai perbandingan tangen :**
Nilai rasio trigonometri untuk tangen merupakan perbandingan antara sisi depan dan sisi samping dari sudut yang bersangkutan

- $\tan 45^\circ = \frac{sisi\ depan}{sisi\ samping} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{p}{\ldots\ldots} = 1$

Informasi 2

Nilai rasio trigonometri untuk sudut 0° :

- Nilai sinus :
  $\sin 0^\circ = 0$
- Nilai cosinus :
  $\cos 0^\circ = 1$
- Nilai tangen :
  $\tan 0^\circ = 0$

Nilai rasio trigonometri untuk sudut 90° :

- Nilai sinus :
  $\sin 90^\circ = 1$
- Nilai cosinus :
  $\cos 90^\circ = 0$
- Nilai tangen : Tidak terdefinisi

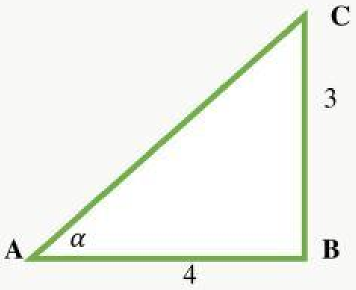
Aktivitas 2 : Merumuskan Identitas Trigonometri

Informasi 3

Identitas trigonometri adalah bentuk dari trigonometri yang dinyatakan dalam bentuk trigonometri lain. Konsep identitas trigonometri terdiri atas hubungan atau korelasi kebalikan, komparasi dan teorema pythagoras.

Pada materi ini anda akan merumuskan identitas trigonometri menggunakan konsep teorema pythagoras dan merumuskan identitas trigonometri yang merupakan korelasi komparasi (perbandingan).

Perhatikan segitiga di bawah ini, temukan panjang sisi miringnya



$\boldsymbol{AC^2} = \boldsymbol{4^2} + .\dots\dots$

$\boldsymbol{AC^2} = \boldsymbol{16} + \cdots\dots$

$\boldsymbol{AC^2} = .\dots\dots$

$\boldsymbol{AC} = \sqrt{.\dots\dots}$

$\boldsymbol{AC} = .\dots\dots$

Selanjutnya, berdasarkan gambar segitiga diatas, lengkapilah tiitk-titik di bawah ini :

- $\sin \boldsymbol{\alpha} = \frac{\dots}{\dots}$ maka $\sin^2 \boldsymbol{\alpha} = (\sin\alpha)^2 = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{\dots}{25}$
- $\cos \boldsymbol{\alpha} = \frac{\dots}{\dots}$ maka $\cos^2\alpha = (\cos\alpha)^2 = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{16}{\dots}$

Dan selanjutya, $\sin^2\alpha + cos^2\alpha = (\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = \frac{9}{\dots} + \frac{\dots}{25} = \frac{\dots}{25}$ ……..pers 3)

Berdasarkan hasil pada pers 1) , pers 2) dan pers 3) dapat disimpulkan bahwa:

$$\boxed{\boldsymbol{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}}$$

Persamaan di atas merupakan salah satu identitas trigonometri

➢ Selanjutnya, berdasarkan segitiga diatas, lengkapilah titik-titik dibawah ini:

$\sin\alpha = \frac{\dots\dots}{5}$	$\cos\alpha = \frac{4}{\dots..}$	$\tan\alpha = \frac{\dots\dots.}{4}$

Bandingkan hasil dari $\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)$dengan $\tan\alpha$:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{4} \text{ dan } \tan\alpha = \frac{3}{\dots\dots}$$

Dari hasil diatas dengan melihat hasil dari $\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)$dengan $\tan\alpha$ dapat disimpulan bahwa

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = .\dots\dots..$ (Identitas trigonometri)

➢ Adapun beberapa identitas trigonometri yang lain , sebagai berikut:

$$\tan\alpha^2 + \sec\alpha^2 = 1$$

$$\operatorname{cosec}\alpha^2 + \cot\alpha^2 = 1$$

Contoh soal

Diketahui $\cos\alpha = \frac{4}{5}$. Tentukan nilai $\sin\alpha$ dan $\tan\alpha$ menggunakan identitas trigonometri!

Penyelesaian:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Substitusi nilai $\cos\alpha$ yang diketahui:

$$\sin^2\alpha + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\alpha + \frac{\dots\dots}{25} = 1$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{\dots..}{25} - \frac{16}{25} = \frac{\dots\dots}{25}$$

$$\sin^2\alpha = \sqrt{\frac{\dots..}{25}}$$

$$\sin\alpha = \frac{\dots\dots}{5}$$

Tentukan nilai $\tan\alpha$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Substitusi nilai yang sudah diketahui:

$$\tan\alpha = \frac{\dots\dots\dots.}{\dots\dots\dots..}$$

$$\tan\alpha = \frac{\dots\dots..}{4}$$

Sehingga diperoleh, $\sin\alpha = \frac{3}{5}, dan \tan\alpha = \frac{3}{4}$

Aktivitas 3 : Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan identitas trigonometri

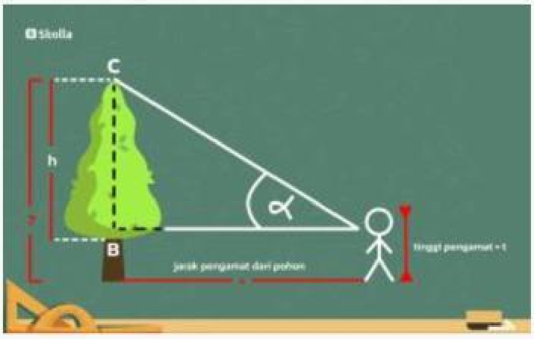
Informasi 4

Identitas trigonometri diterapkan dalam kehidupan sehari-hari untuk menghitung jarak, ketinggian, dan sudut. Untuk lebih memahami mengenai penggunaan identitas trigonometri dalam kehidupan sehari-hari, anda dapat mempelajari contoh di bawah ini

Contoh soal 1:

Jennie menatap sebuah pohon yang berjarak 13 meter dari tempat ia berdiri. Tinggi Jennie adalah 168 cm. Jika sudut elevasi di tempat Jennie berdiri sebesar 30°, hitunglah tinggi pohon yang ada di hadapannya!

Petunjuk : gunakan gambar di bawah ini untuk menyelesaikan soal tersebut



Kita misalkan tinggi jennie sebagai (**t**)dimana **t= 168 cm=1,68 meter** , jarak antara Jennie dan pohon sebagai **x** ,dimana **x=**13 meter

Berdasarkan gambar di atas, tinggi pohon = tinggi jennie (**t**) + **h**

Untuk mengitung tinggi pohon dengan sudut elevasi di tempat Jennie berdiri maka kita bisa gunakan rasio trigonometri untuk tangen.

$$\tan\alpha = \frac{\boldsymbol{sisi} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\boldsymbol{sisi\ samping}}$$

$$\tan 30^{\circ} = \frac{h}{x}$$

$$\leftrightarrow \tan 30^{\circ} = \frac{h}{x}$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{h}{\ldots\ldots.}$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{3} \times 13 = h$$

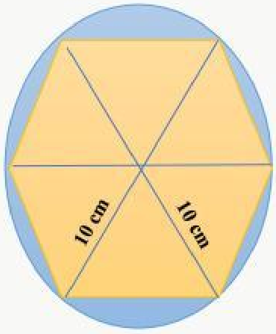
$$\leftrightarrow \frac{13}{3}\sqrt{3} = h$$

$$\leftrightarrow h = 7,50\ meter$$

Sehingga tinggi pohon adalah pejumlahan antara tinggi Jennie dan tinggi pohon diukur dari atas kepala Jennie:

Tinggi pohon $= \boldsymbol{t + h = 1,68 +} \ldots\ldots = \boldsymbol{9,18\ meter}$

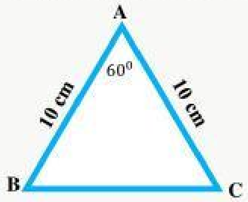
Contoh soal 2



Diketahui segienam beraturan disamping memiliki jari-jari lingkaran luar 10 cm. Berapakah luas segienam beraturan ini?

Petunjuk : segienam beraturan merupakan bangun datar yang terbentuk dari enam segitiga sama kaki dan sudut dalam satu putaran dalam bangun datar di atas adalah 360^0, karena terdiri dari 6 segitiga yang sama maka ukuran sudut untuk masing-masing segitiga adalah $\frac{360^0}{6} = 60^0$

Langkah pertama adalah kita ambil salah satu segitiga yang akan kita jadikan acuan untuk mengitung luas dari segienam beraturan.



Segitiga **ABC** merupakan segitiga sama kaki yang sudutnya di apit oleh kedua sisi yang sama panjang, sehingga luas dari segitiga **ABC** adalah:

$$L_\Delta = \frac{1}{2} \times \mathbf{AB} \times \mathbf{AC} \times \mathbf{sin\ 60}^\circ$$

$$L_\Delta = \frac{1}{2} \times \ldots .. \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots.$$

$$L_\Delta = . \ldots\ldots\ cm^2$$

Setelah menemukan luas salah satu segitiga maka, luas segienam beraturan nya adalah :

$$L = 6 \times L_\Delta$$

$$L = 6 \times \ldots .\, cm^2$$

$$L = . \ldots\ldots ..\, cm^2$$

Sehingga luas segienam beraturan yang jari-jari lingkaran luarnya 10 cm adalah ……………….