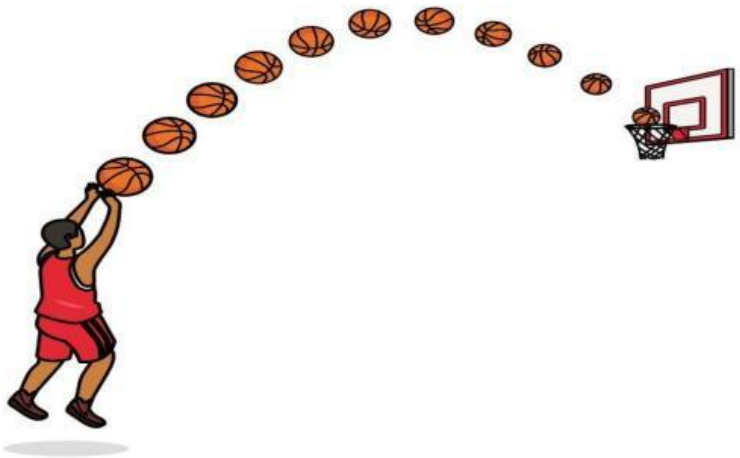
PERHATIKAN VIDEO BERIKUT

LKPD 1

Pernahkah kalian mengamati lintasan bola basket ketika kalian mendorong bola ke arah jaring? Lintasannya berbentuk parabola dan gerak bola dikatakan gerak parabola. Gambar 6.1 menunjukkan posisi bola pada suatu waktu tertentu.



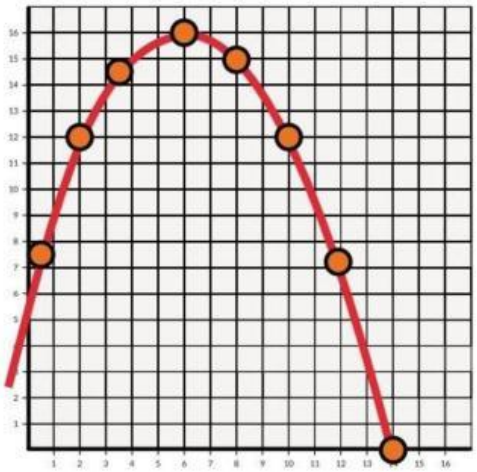
Gambar 6.1 Lintasan Bola Basket

Selain bola basket, lintasan bola kaki juga dapat berupa parabola. Lintasan dan bentuk parabola ditemui dalam hidup sehari-hari. Contoh lain adalah air yang keluar dari selang serta bentuk bangunan dan jembatan. Bentuk pisang juga menyerupai parabola.

Parabola merupakan bentuk fungsi kuadrat dalam grafik. Fungsi kuadrat adalah fungsi polinom (suku banyak) dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 2. Kalian masih ingat dengan fungsi linear yang grafiknya berbentuk garis lurus. Fungsi linear adalah fungsi polinom dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 1.

Gambar 6.2 menunjukkan grafik fungsi kuadrat. Posisi bola merupakan posisi titik dalam sistem koordinat Kartesius.

LIVEWORKSHEETS



Gambar 6.2 Grafik Fungsi Kuadrat

Kata Kunci	Pertanyaan Pemantik
Fungsi kuadrat, parabola, persamaan kuadrat, minimum dan maksimum, titik puncak, sumbu simetri, titik potong dengan sumbu, diskriminan.	1. Apa saja karakteristik dari fungsi kuadrat? 2. Bagaimana mengonstruksi fungsi kuadrat berdasarkan informasi yang tersedia? 3. Bagaimana menggunakan fungsi kuadrat untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari?

Peta Konsep

Fungsi Kuadrat

↓

Karakteristik Fungsi Kuadrat

↓

Rekonstruksi Fungsi Kuadrat

↓

Menyelesaikan Masalah dengan Fungsi Kuadrat

LIVEWORKSHEETS

Ayo Mengingat Kembali

Persamaan kuadrat dengan $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diselesaikan dengan berbagai cara.

1. Faktorisasi

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$(2x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad x = 2$$

2. Melengkapkan kuadrat

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right) = 0$$
$$x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0$$
$$x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x = 1$$
$$x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}$$
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$x - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}$$
$$x = 2$$

atau

$$x - \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$$
$$x = \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

LIVEWORKSHEETS

3. Menggunakan rumus abc (Rumus Kuadrat)
   Bentuk Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$
   dengan $a \neq 0$ akar-akarnya dapat ditentukan dengan

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

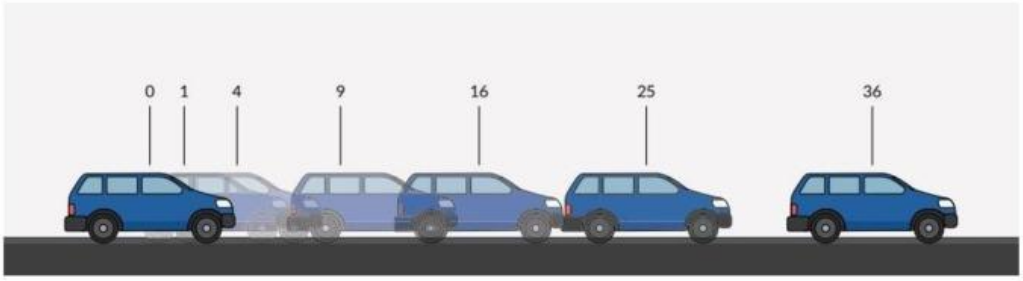
$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-2)}}{2 \cdot 2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \\ &= \frac{3 \pm 5}{4} \end{aligned}$$

$$x = -\frac{1}{2} \qquad \text{atau} \qquad x = 2$$

A. Karakteristik Fungsi Kuadrat

Eksplorasi 6.1 Menyelidiki fungsi kuadrat terbuka ke atas

Ayo Bereksplorasi



Gambar 6.3 Lintasan Mobil

LIVEWORKSHEETS

1. Isilah tabel dengan jarak tempuh mobil terhadap waktu.

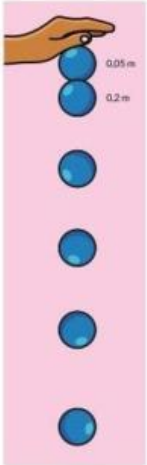
Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)							

2. Bagaimana hubungan antara jarak dengan waktu?
3. Gambarkan grafik jarak terhadap waktu pada kertas berpetak.
4. Apakah hasilnya menggambarkan bentuk parabola?

Eksplorasi 6.2. Menyelidiki fungsi kuadrat terbuka ke bawah

Ayo Bereksplorasi

Bola dijatuhkan dari keadaan diam pada posisi 0. Lintasan bola diberikan dalam gambar.



Gambar 6.4 Lintasan Bola

1. Lengkapi tabel dengan menggunakan penggaris.

Waktu (detik)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Posisi (m)	0	-0,05	-0,2			

2. Gambarkan grafik posisi terhadap waktu pada kertas berpetak.
3. Mengapa posisi menggunakan tanda negatif?
4. Apakah hasilnya menggambarkan bentuk parabola?

Eksplorasi yang barusan kalian lakukan berkaitan dengan apa yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Kalian perlu eksplorasi fungsi kuadrat yang lebih mendalam untuk menemukan hal-hal yang sangat menarik.

Sebelumnya, perhatikan terlebih dahulu contoh di bawah ini.

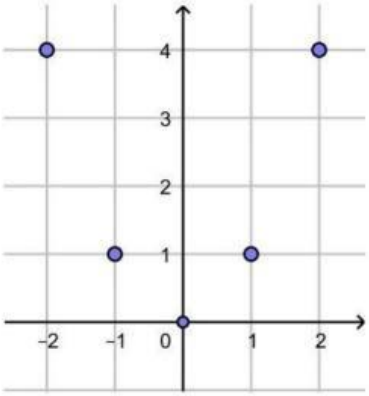
1. Buatlah grafik fungsi $f(x) = x^2$ dengan cara:
   a. Melengkapi Tabel 6.1

LIVEWORKSHEETS

Tabel 6.1 Nilai x dan y untuk fungsi $f(x) = x^2$

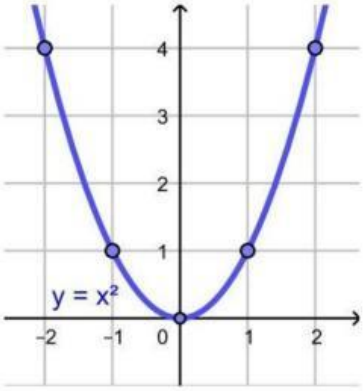
$f(x) = x^2$	
x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

b. Plot setiap titik pada Tabel 6.1 ke dalam sistem koordinat. Koordinat titik yang didapatkan dari Tabel 6.1 adalah (-2,4), (-1,1), (0,0), (1,1), dan (2,4



Gambar 6.5 Plot titik pada grafik fungsi $f(x) = x^2$

c. Hubungkan titik-titik dalam sistem koordinat sehingga didapatkan grafik fungsinya.



Gambar 6.6 Grafik fungsi $f(x) = x^2$

LIVEWORKSHEETS

Ayo Bekerja Sama

Kalian perlu bekerja sama untuk melakukan eksplorasi dengan menggambar grafik-grafik fungsi kuadrat terlebih dahulu. Jika kalian memiliki *graphic calculator* atau aplikasi *GeoGebra*, kalian boleh menggunakannya. Grafik yang digambar adalah $y = f(x)$ dengan $f(x)$ adalah fungsi kuadrat yang berbentuk $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Lakukan langkah-langkah yang sama untuk setiap fungsi kuadrat ini, gunakan kertas berpetak.

a. $f(x) = -x^2$

b. $f(x) = x^2 - 2x - 3$

c. $f(x) = -x^2 - x + 2$

d. $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$

e. $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$

f. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

g. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$

h. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$

i. $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$

j. $f(x) = 2x^2 + 1$

Hasil kerja kalian akan digunakan untuk eksplorasi.

Eksplorasi 6.3. Menyelidiki peran tanda pada nilai a (> 0 atau $a < 0$) dalam $f(x) = ax^2 + bx + c$

Ayo Bereksplorasi

Pelajari grafik-grafik a - j yang telah kalian buat sebelumnya. Untuk setiap fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ kalian dapat menentukan peran a.

1. Tentukan fungsi-fungsi yang nilai $a > 0$
   a. Apa kesamaan grafik fungsi-fungsi ini?
2. Tentukan fungsi-fungsi yang nilai $a < 0$
   a. Apa kesamaan grafik fungsi-fungsi ini?

LIVEWORKSHEETS

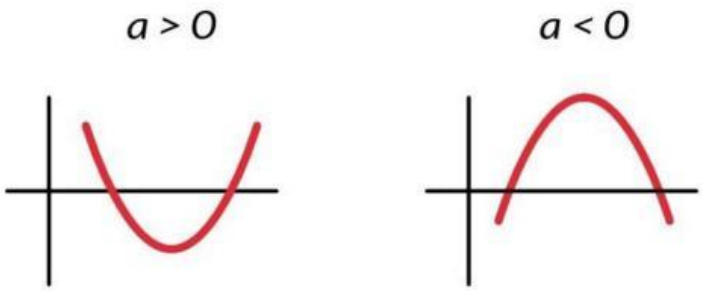
3. Mengapa dalam daftar fungsi kuadrat di atas tidak ada fungsi yang nilai $a = 0$?

Ayo Berpikir Kritis

4. Lengkapi tabel dengan menggambar bentuk grafik

$f(x) = ax^2 + bx + c$	grafik berbentuk
$a > 0$	
$a < 0$	

Dari eksplorasi 6.1, 6.2, dan 6.3 kalian menemukan bahwa fungsi kuadrat terbuka ke atas jika $a > 0$ dan terbuka ke bawah jika $a < 0$.



Gambar 6.7 Dua Jenis Grafik Fungsi Kuadrat dengan Tanda a Berbeda

Untuk keadaan seperti apa grafik $a > 0$ digunakan dalam kehidupan sehari-hari?

Gerak mobil dimulai pada saat nol detik dan posisi nol m. Gerak menghasilkan grafik setengah parabola yang terbuka ke atas. Grafik berada di atas sumbu t.

Gerak mobil makin lama makin cepat karena untuk selang waktu yang sama jarak makin besar dan arahnya selalu ke kanan/timur.

Untuk keadaan seperti apa grafik $a > 0$ digunakan dan kehidupan sehari-hari?

Gerak bola dimulai pada waktu nol detik dan posisi nol m. Gerak menghasilkan grafik setengah parabola saja yang terbuka ke bawah. Grafik berada di bawah sumbu t.

Gerak bola makin lama makin cepat (untuk selang waktu yang sama jarak makin besar) dan arahnya selalu ke bawah.

LIVEWORKSHEETS

Ayo Berdiskusi

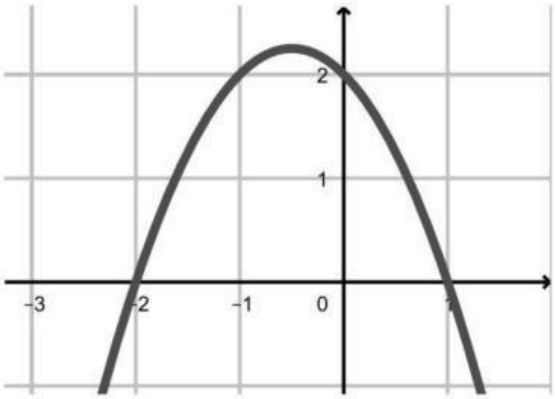
Mengapa Eksplorasi 6.1 dan 6.2 hanya menghasilkan grafik setengah parabola?

Eksplorasi 6.4 Menyelidiki peran nilai c dalam grafik fungsi kuadrat
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$

Untuk setiap grafik fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$ yang telah kalian buat, tentukan koordinat titik potong grafik dengan sumbu y.

1. Tentukan konstanta fungsi kuadrat yang menunjukkan titik potong grafik dengan sumbu y
2. Untuk setiap fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$, titik potong grafik dengan sumbu y terletak pada koordinat _____

Eksplorasi 6.4 menunjukkan peran c dalam fungsi kuadrat
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ yaitu menentukan titik potong grafik dengan sumbu y.



Gambar 6.8 Fungsi Kuadrat dengan c Berbeda

Nilai c menentukan titik potong grafik dengan sumbu y.

LIVEWORKSHEETS

Latihan 6.1

1. a. Tentukan parabola yang terbuka ke atas dan ke bawah.

   b. Bandingkan kedua parabola. Menurut kalian, parabola mana lebih lebar terbukanya? Konstanta dari fungsi kuadrat

   $y = f(x) = \ ax^2 + bx + c$ mana yang menentukan?

2. Fungsi kuadrat yang terbuka ke atas adalah_____(Jawaban bisa lebih dari satu)

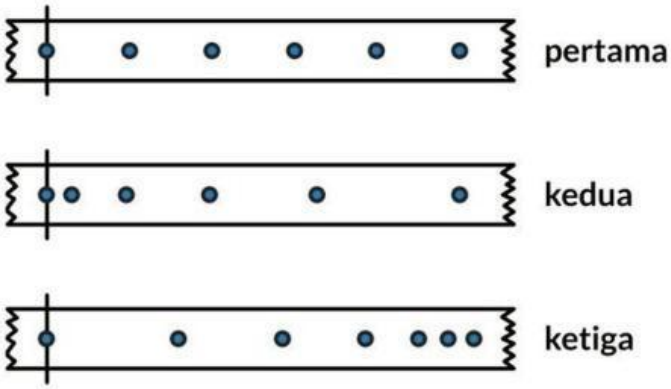
   a. $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$
   b. $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$
   c. $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$
   d. $f(x) = 4x^2 + 4x + 5$

3. Fungsi kuadrat yang terbuka ke bawah adalah_____(Jawaban bisa lebih dari satu)

   a. $f(x) = x^2 + 2x + 1$
   b. $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$
   c. $f(x) = -3x^2 + 8x - 1$
   d. $f(x) = 4x^2 + 11x - 7$

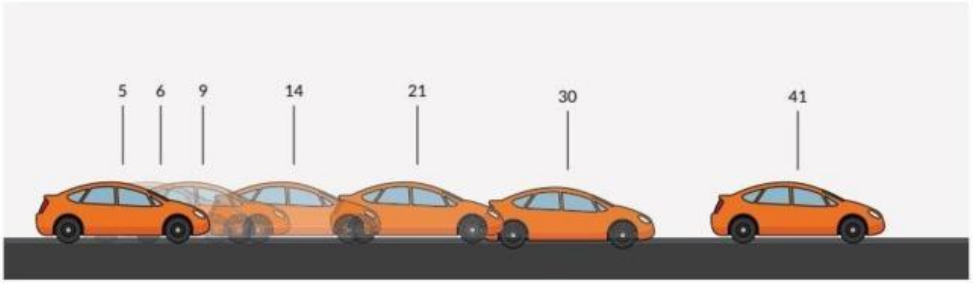
4. Perhatikan diagram gerak di bawah ini. Diagram gerak adalah diagram yang menunjukkan posisi terhadap waktu dimana selang waktu antar dua posisi selalu sama. Gambar mana yang akan menghasilkan fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a < 0, a = 0$, dan $a > 0$?

LIVEWORKSHEETS



Latihan 6.2

1. **Kalian perhatikan bahwa posisi awal tidak dumulai pada nol.**



a. Isi tabel jarak tempuh mobil terhadap waktu.

Waktu (det)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)							

b. Gambarkan grafik jarak terhadap waktu pada kertas berpetak.

c. Apakah hasilnya menggambarkan bentuk parabola?

d. Berapa nilai c jika merujuk pada $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

2. Tabel di bawah menunjukkan jarak tempuh suatu mobil pada setiap waktu.

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)	0	5	8	9	8	5	0

LIVEWORKSHEETS

Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah grafik fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah. Jelaskan alasan kalian.

3. Tabel di bawah menunjukkan keuntungan penjualan suatu produk untuk jumlah produk yang terjual.

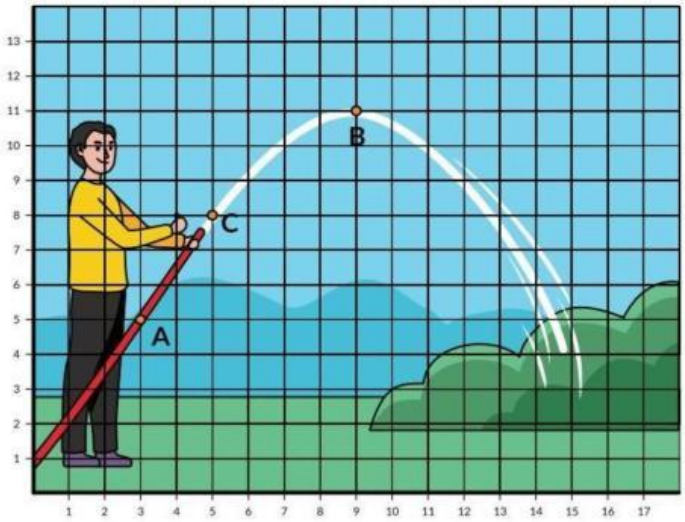
Jumlah benda	0	10	20	25	30	40
Keuntungan (ribu rupiah)	0	800	1200	1250	1200	800

Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah grafik fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah. Jelaskan alasan kalian.

Eksplorasi 6.5 Menentukan Titik Maksimum, Titik Minimum dan Sumbu Simetri

Ayo Bereksplorasi

Perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 6.9 Lintasan Air Selang

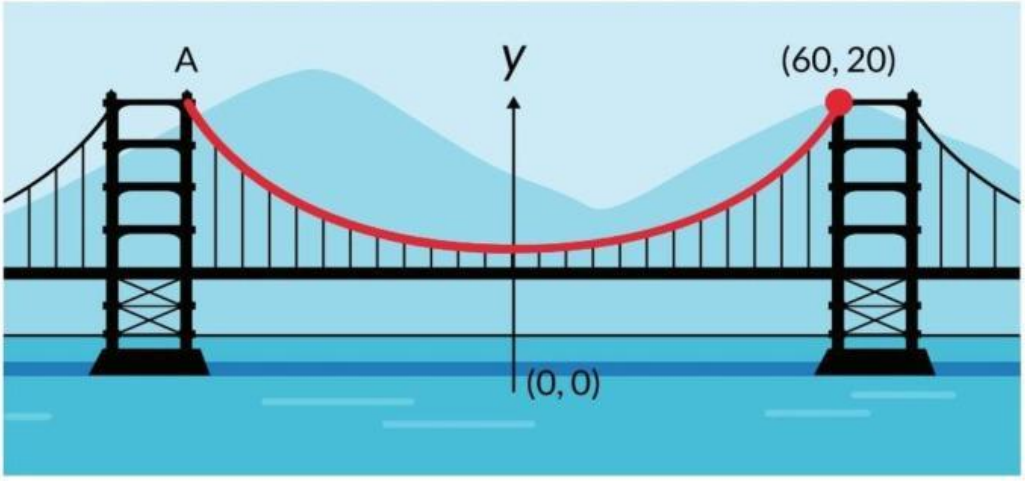
Jika titik A merupakan titik O, berapa koordinat titik C?

Berapa ketinggian maksimum air yang keluar dari selang?

LIVEWORKSHEETS

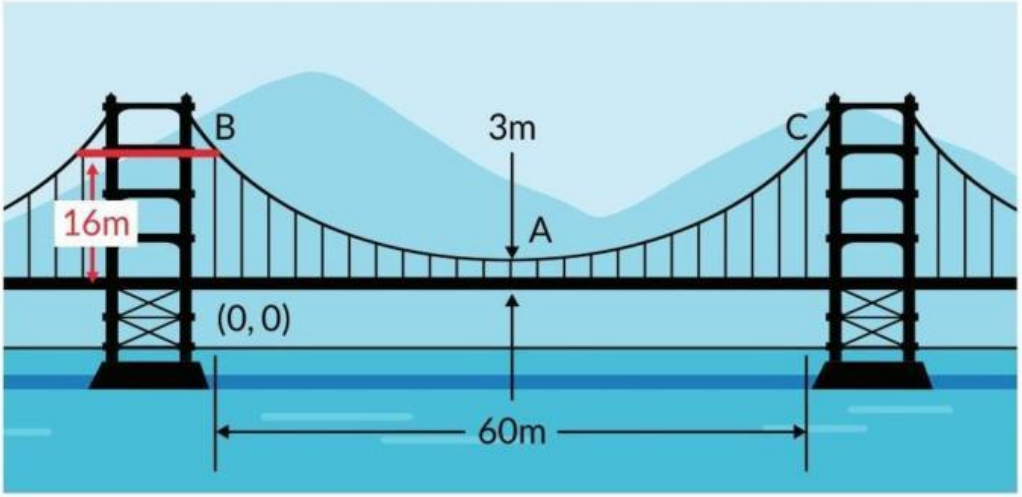
Perhatikan gambar kedua. Kabel penghubung jembatan berbentuk parabola.

Berapa koordinat titik A? Jelaskan alasan kalian. Selain sebagai titik asal O apa lagi yang istimewa dari titik ini?



Gambar 6.10 Struktur Jembatan

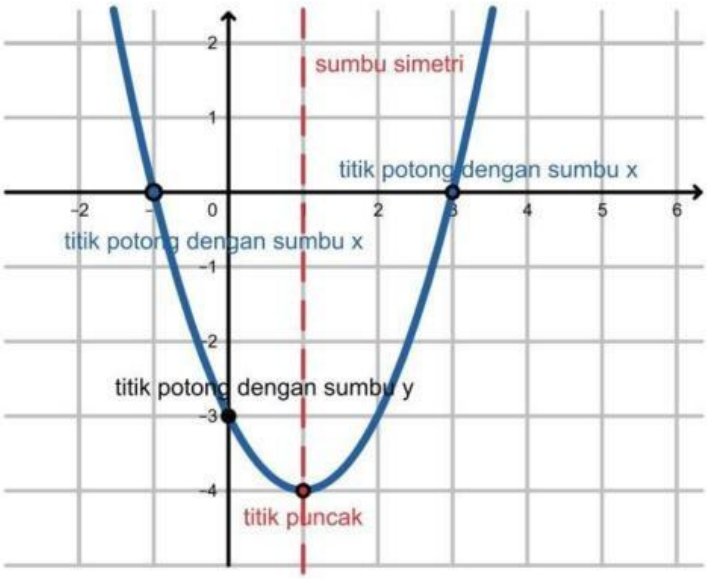
Berapa koordinat titik A, B dan C? Jelaskan alasan kalian.



Gambar 6.11 Struktur Jembatan

LIVEWORKSHEETS

Dapatkah kalian menyebutkan karakteristik lain dari fungsi kuadrat berdasarkan Eksplorasi 6.5?



Gambar 6.12 Karakteristik Fungsi Kuadrat

Perhatikan Gambar 6.12 dan amati beberapa titik istimewa dalam fungsi kuadrat:

- Titik potong dengan sumbu y, yaitu $(0, -3)$. Apakah kalian masih ingat bagaimana menentukan titik potong dengan sumbu y?
- Titik-titik potong dengan sumbu x, yaitu (-1,0) dan $(3, 0)$.
- Vertex disebut juga sebagai titik puncak, dapat berupa titik maksimum atau titik minimum (sesuai dengan grafik terbuka ke atas atau ke bawah). Titik minimum dalam grafik yaitu $(1, -4)$.
- Sumbu simetri selalu melalui titik puncak, $x = 1$

Eksplorasi 6.6

Ayo Bereksplorasi

Untuk setiap fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$, yang diberikan dalam a - j, hitunglah nilai $D = b^2 - 4ac$

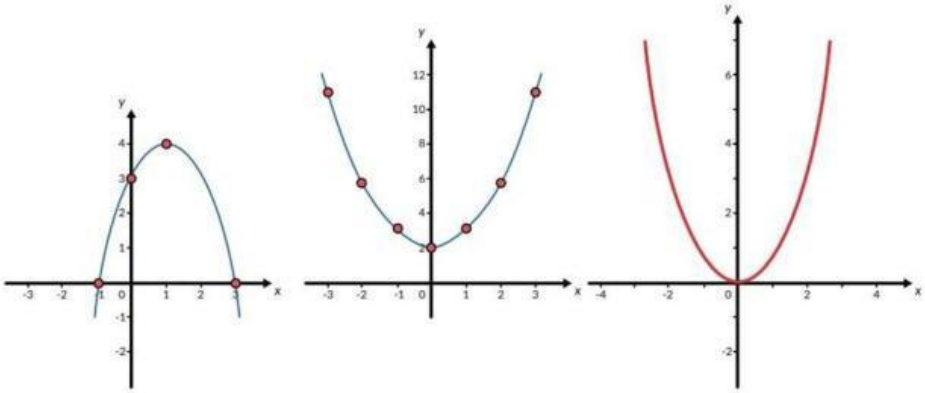
LIVEWORKSHEETS

$D > 0$ maka ada dua titik potong dengan sumbu x.
$D = 0$ maka ada satu titik potong dengan sumbu x.
$D < 0$ maka tidak ada titik potong dengan sumbu x.

Latihan 6.3

1. Tentukan berapa banyaknya titik potong dari fungsi kuadrat berikut.
   a. $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$
   b. $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$
   c. $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$
   d. $f(x) = 4x^2 + 4x + 5$
   e. $f(x) = x^2 + 2x + 1$
   f. $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$
   g. $f(x) = -3x^2 + 8x - 1$
   h. $f(x) = 4x^2 + 11x - 7$

2. Tentukan koordinat titik puncak, sumbu simetri, koordinat titik potong dengan sumbu y, dan banyak titik potong dari grafik fungsi-fungsi kuadrat di bawah ini.



   Apakah hubungan antara titik puncak dengan grafik terbuka ke atas atau ke bawah?

3. Perhatikan tabel di bawah ini, yang menunjukkan jarak tempuh suatu mobil sebagai fungsi dari waktu

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)	8	13	16	17	16	13	8

LIVEWORKSHEETS