VEKTOR

Nama: _____

Kelas : _____

Nomor Presensi : _____

ISI

A. **Definisi**

B. **Penyajian vektor**

C. **Panjang vektor**

D. **Dua Vektor yang Sama**

E. **Vektor negatif atau vektor lawan**

F. **Perkalian Vektor dengan Skalar**

G. **Penjumlahan Vektor**

H. **Pengurangan Vektor**

I. **Arah vektor**

J. **Kelajuan dan Kecepatan**

K. **Permasalahan Berkaitan dengan Penjumlahan Vektor**

LIVEWORKSHEETS

LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK (LKPD)

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XII SMA

Fase : F+

Elemen : Geometri

Materi : Vektor Dua Dimensi

CP : Peserta didik dapat menyatakan vektor pada bidang datar, dan melakukan operasi aljabar pada vektor. Mereka dapat melakukan pembuktian geometris menggunakan vektor. Peserta didik dapat menyatakan sifat sifat geometri dari persamaan lingkaran, elips, dan persamaan garis singgung.

Tujuan Pembelajaran Umum

Setelah mempelajari materi ini, peserta didik diharapkan dapat:

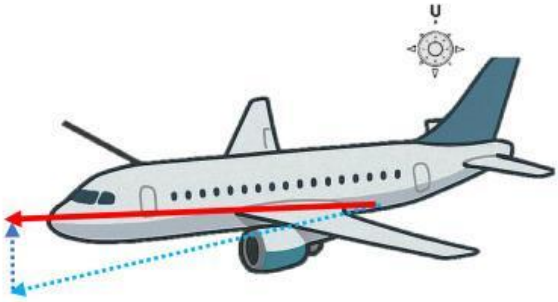
- Memahami konsep dasar vektor dua dimensi.
- Menggunakan vektor untuk menggambarkan perpindahan.
- Melakukan operasi dasar vektor seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian dengan skalar.
- Menerapkan konsep vektor dalam konteks kehidupan sehari-hari.

Petunjuk Penggunaan LKPD

1. **Bacalah LKPD dengan teliti**.
2. **Diizinkan menggunakan alat bantu**, seperti: Kalkulator digital**,** penggaris, atau busur untuk menjawab pertanyaan pada LKPD.
3. **Diskusikan dengan guru** jika terdapat bagian LKPD yang tidak di pahami.
4. **Isilah jawaban langsung di kolom yang tersedia**:
5. **Kerjakan secara jujur dan mandiri**, lalu klik **"Submit"** atau **"Finish"** untuk mengumpulkan.

LIVEWORKSHEETS

VEKTOR DUA DIMENSI



Gambar 1. Ilustrasi

Bayangkan sebuah pesawat hendak mendarat dari arah timur dengan kecepatan normal 150 km/jam. Namun, angin bertiup dari arah selatan dengan kecepatan 30 km/jam. Agar pesawat tetap berada di jalur yang benar menuju landasan, pilot harus sedikit membelokkan arah ke utara bukan langsung menuju timur.

Kombinasi kecepatan pesawat dan angin ini membentuk **resultan vektor** yang memastikan pesawat tetap sejajar dengan landasan saat menyentuh tanah.

Pertanyaannya, **pada sudut berapa pesawat harus diarahkan?** dan, **berapa kecepatan aktualnya saat melawan angin tersebut?** Inilah contoh nyata bagaimana **vektor** sangat penting dalam penerbangan!.

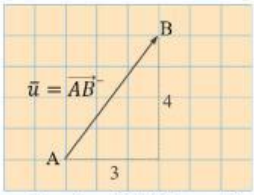
A. Definisi

Vektor adalah segmen garis yang memiliki besaran (*magnitude*) dan arah (*direction*).

B. Penyajian vektor

Vektor dapat disajikan dengan dua cara yaitu secara geometris dan secara analitik. **Secara geometris** vektor digambarkan sebagai panah di mana panjang garis menunjukkan besar vektor dan arah panah menunjukkan arah vektor.

Pada gambar disamping, titik A dan titik B dihubungkan oleh suatu panah, maka dapat ditulis **secara analitik** sebagai $\overrightarrow{AB} = \binom{3}{4}$ atau $\bar{u} = \binom{3}{4}$. $\overrightarrow{AB}$ dibaca vektor AB dan $\bar{u}$ dibaca vektor u.



Gambar 2. Vektor AB

Secara umum vektor dari titik A ke titik B dapat dinyatakan dalam bentuk:

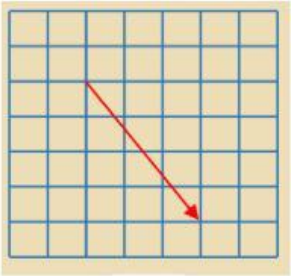
$$\bar{u} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Keterangan : $(+x)$ Berpindah ke kanan sejauh x satuan
$(-x)$ Berpindah ke kiri sejauh x satuan
$(+y)$ Berpindah ke atas sejauh y satuan
$(-y)$ Berpindah ke kiri sejauh y satuan

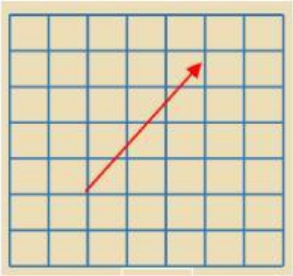
LIVEWORKSHEETS

Ayo Mencoba

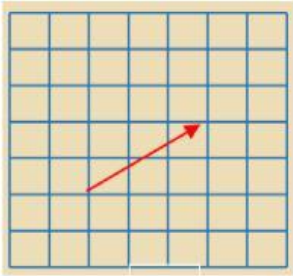
a. Gambar yang sesuai untuk $\bar{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ adalah ... .



A

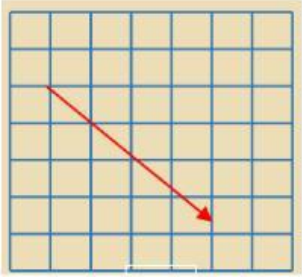


B



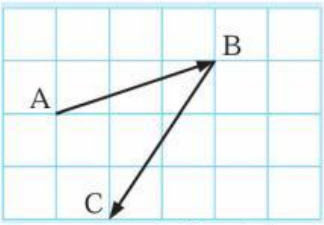
C

D



E

b. Tentukan $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{BC}$ dari gambar dibawah ini.



Gambar 3. $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{BC}$

a. Untuk perpindahan A ke B, kita berpindah sejauh ___ satuan ke _____ dan berpindah ___ satuan ke _____

$\therefore \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

b. Untuk berpindah dari B ke C, kita berpindah sejauh ___ satuan ke _____ dan berpindah ___ satuan ke _____

$\therefore \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

C. Panjang vektor

1. Definisi

   Panjang vektor adalah jarak antara titik awal (titik pangkal) dan titik akhir (titik ujung).

2. Notasi panjang vektor
   - jika $\vec{a}$ adalah vektor, maka panjangnya $|\vec{a}|$.
   - Jika $\overrightarrow{AB}$ adalah vektor, maka panjangnya $|\overrightarrow{AB}|$.

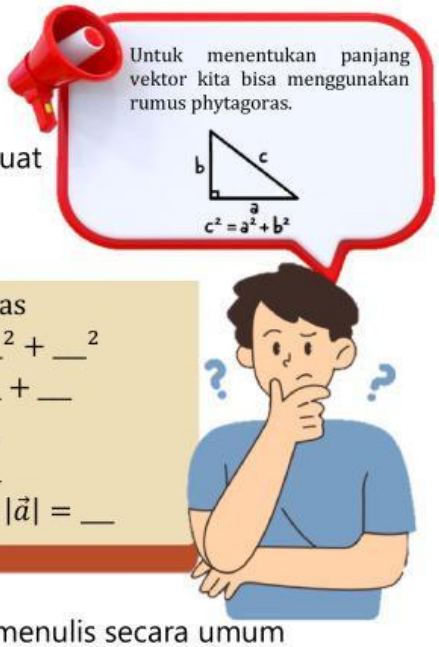
Ayo Mencoba

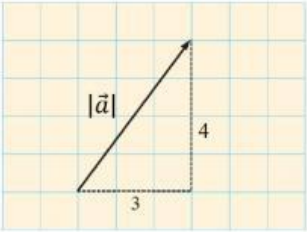
3. Perhatikan contoh berikut.

   Tentukan $|\vec{a}|$ dari $\vec{a} = \binom{3}{4}$

   Pembahasan:

   Perhatikan diagram cartesius dibawah ini. vektor a dibuat dari 3 satuan ke kanan dan 4 satuan ke atas. Vektor tersebut membentuk sebuah segitiga siku-siku.





Berdasarkan rumus phytagoras

$$|\vec{a}|^2 = __^2 + __^2$$
$$= __ + __$$
$$= __$$
$$|\vec{a}| = __$$

$\therefore$ panjang vektor a adalah $|\vec{a}| = __$

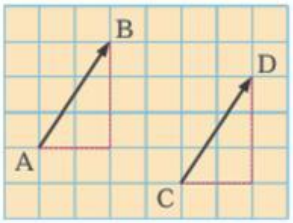
Kita dapat menggunakan Teorema Phytagoras untuk menulis secara umum panjang vektor.

$$\text{Vektor } \bar{a} = \binom{x}{y} \text{ memiliki panjang vektor } |\bar{a}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2}$$

D. Dua Vektor yang Sama

$\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{CD}$ disebut sama jika dan hanya jika panjang dan arah kedua vektor itu sama. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ dibaca vektor AB sama dengan vektor CD.

Ayo Mencoba



Perhatikan gambar dua vektor disamping!.

1. Arah vektor

   Perhatikan arah $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{CD}$. Apakah arah kedua vektor itu sama?

Jawaban:

LIVEWORKSHEETS

Jika $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{CD}$ memiliki:
- Arah yang sama
- Panjang yang sama

Maka, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

2. Panjang Vektor

$\overrightarrow{AB} = \binom{2}{3}$ $\quad$ $\overrightarrow{CD} = \binom{2}{3}$

Jawaban:

$|\overrightarrow{AB}| =$

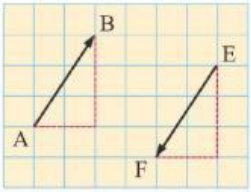
$|\overrightarrow{CB}| =$

E. Vektor negatif atau vektor lawan

$-\bar{a}$ dibaca vektor negatif a adalah vektor negatif atau vektor lawan dari $\bar{a}$ jika memiliki panjang yang sama dan arah yang berbeda.

Ayo Mencoba

Perhatikan gambar dua vektor disamping!.



1. Arah vektor

Perhatikan arah $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{EF}$.

Apakah arah kedua vektor itu berlawanan?

Jawaban:

2. Panjang Vektor

$\overrightarrow{AB} = \binom{2}{3}$ $\quad$ $\overrightarrow{EF} = \binom{-2}{-3}$

Jawaban:

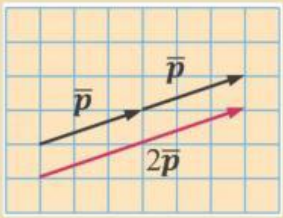
$|\overrightarrow{AB}| =$

$|EF| =$

Jika $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{EF}$ memiliki:
- Arah yang berlawanan
- Panjang yang sama

F. Perkalian Vektor dengan Skalar

Ayo Mencoba



Jika $\bar{p} = (\ \ )$

maka $\bar{p} + \bar{p} = (\ \ ) + (\ \ ) = (\ \ )$

LIVEWORKSHEETS

Jika kita mendefinisikan $\bar{p} + \bar{p}$ menjadi $\bar{p}$, maka

$2\bar{p} = \begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} = (\ \ )$

Jika terdapat bilangan k dan $\bar{p} = \binom{a}{b}$ maka $k\bar{p} = (\ \ )$

LATIHAN

1. Diketahui $\bar{a} = \binom{2}{3}, \bar{b} = \binom{-3}{4}$, $\bar{c} = \binom{6}{-2}$ dan $\bar{d} = \binom{-3}{-2}$ tentukan
   A. $2\bar{a}$ B. $-\frac{3}{2}\bar{b}$ C. $-\frac{1}{2}\bar{c}$ D. $-2\bar{d}$

JAWABAN

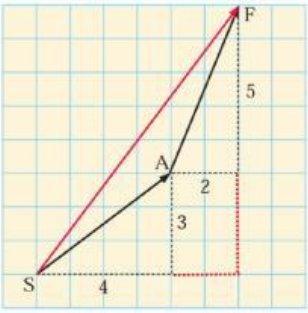
A. $2\bar{a}$ = ( )

B. $-\frac{3}{2}\bar{b}$ = ( )

C. $-\frac{1}{2}\bar{c}$ = ( )

D. $-2\bar{d}$ = ( )

G. Penjumlahan Vektor



Pada suatu hari, seorang pejalan kaki berjalan dari titik awal yaitu titik S menuju titik A dengan vektor perpindahan $\binom{4}{3}$. Setelah mencapai titik A, pejalan kaki melanjutkan perjalanannya menuju titik F dengan vektor perpindahan $\binom{2}{5}$.

Jika pejalan kaki ingin melakukan perjalanan dari titik S langsung ke titik F tanpa melalui titik A, vektor perpindahannya adalah $\binom{6}{8}$.

LIVEWORKSHEETS

Vektor perpindahan dari titik P ke titik R merupakan penjumlahan vektor perpindahan dari titik P ke titik Q dan dari titik Q ke titik F

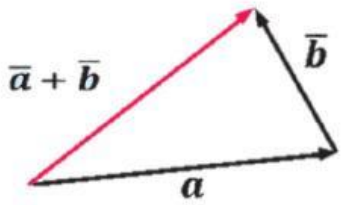
$$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}+\\+\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\ \\ \ \end{pmatrix}$$

Jika dua vektor diberikan dalam bentuk komponen $\binom{a}{b}$ dan $\binom{c}{d}$

Maka hasil penjumlahannya adalah

$$\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\ \\ \ \end{pmatrix}$$

Penjumlahan Vektor Secara Geometris



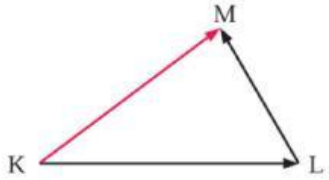
Jika dua vektor dinyatakan dalam bentuk panah cara menambahkan $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah sebagai berikut.

Langkah 1 : Gambar vektor $\bar{a}$

Langkah 2 : Pada ujung anak panah a gambarlah vektor $\bar{b}$

Langkah 3 : Gambarlah sebuah vektor dari titik awal $\bar{a}$ ke titik ujung $\bar{b}$

Hasil penjumlahan vektor adalah $\bar{a}+\bar{b}$



$$\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{LM}=\overrightarrow{KM}$$

Huruf sama

Titik-titik K, L dan M membentuk titik-titik dari sebuah segitiga. Misalkan kita ingin berpindah dari titik K ke titik M ada dua cara yaitu:

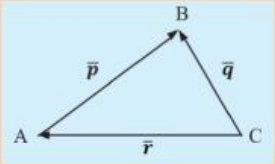
1. Kita bisa beralih dari titik K ke titik M langsung sepanjang $\overrightarrow{KM}$, atau
2. Kita berpindah dari titik K ke titik L dan kemudian dari titik L ke titik M

$$\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{LM}=\overrightarrow{KM}$$

LIVEWORKSHEETS

Ayo Mencoba

1. Tulis sebuah vektor untuk menghubungkan vektor-vektor dibawah ini .



Jawaban

$\overline{} + \overline{} = \overline{}$

2. sederhanakan

a. $\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN}$

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$

Jawaban

a. $\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN} = \longrightarrow$

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \longrightarrow$

LIVEWORKSHEETS

LATIHAN

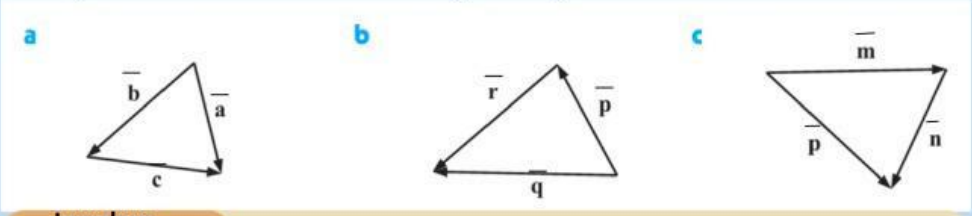
1. Tentukan hasil penjumlahan vektor dibawah ini.

   a. $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$

   b. $\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$

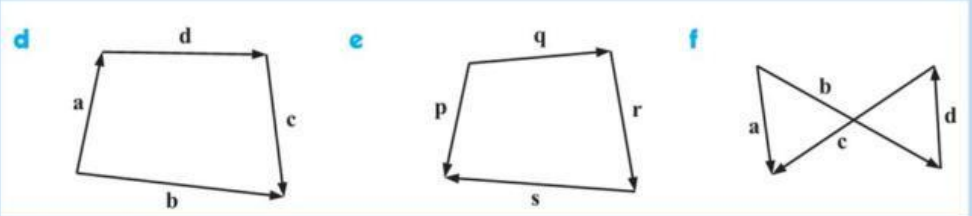
   c. $\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix}-2\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$

2. Tulis persamaan vektor untuk menghubungkan vektor-vektor dibawah ini.



Jawaban

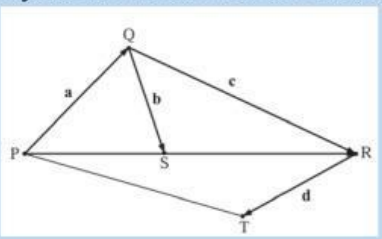
a. $\overline{\quad} + \overline{\quad} = \overline{\quad}$ b. $\overline{\quad} + \overline{\quad} = \overline{\quad}$ c. $\overline{\quad} + \overline{\quad} = \overline{\quad}$



Jawaban

a. $\overline{\quad} + \overline{\quad} + \overline{\quad} = \overline{\quad}$ b. $\overline{\quad} + \overline{\quad} + \overline{\quad} = \overline{\quad}$ c. $\overline{\quad} + \overline{\quad} + \overline{\quad} = \overline{\quad}$

3. Nyatakan dalam vektor a, b, c, dan d



Jawaban

a. $\overrightarrow{PS} = \overline{\quad} + \overline{\quad}$

b. $\overrightarrow{PR} = \overline{\quad} + \overline{\quad}$

c. $\overrightarrow{QT} = \overline{\quad} + \overline{\quad}$

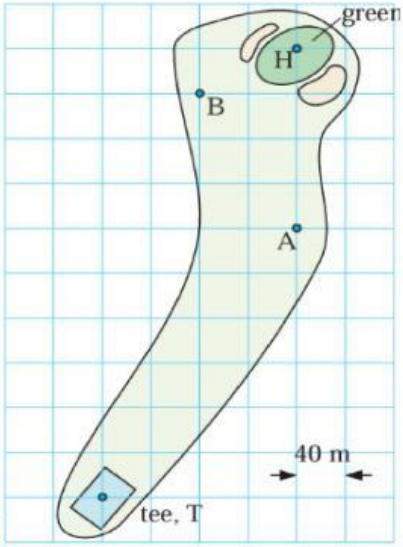
d. $\overrightarrow{PT} = \overline{\quad} + \overline{\quad} + \overline{\quad}$

LIVEWORKSHEETS

TUGAS PROJEK

Klub Golf

1. Jack melakukan tee off dari T dan bolanya berakhir di A. Tuliskan vektor untuk menggambarkan perpindahan bola dari T ke A.



Jawaban

$\overrightarrow{TA} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

2. Dia memainkan pukulan kedua dari A ke B. Tuliskan vektor untuk menggambarkan perpindahan dengan pukulan ini.

Jawaban

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

3. Dengan keberuntungan besar, pukulan Jack berikutnya berakhir di lubang H. Tuliskan vektor yang menggambarkan pukulan ini.

Jawaban

$\overrightarrow{BH} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

4. Gunakan panjang vektor untuk menemukan jarak dari **(dalam meter)**:

   a. T ke H
   b. T ke A
   c. A ke B
   d. B ke H

Jawaban

a. $\overrightarrow{TH} = (\quad)$

$|\overrightarrow{TH}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2} = \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

∴ Jarak T ke H adalah x $\sqrt{\quad}$ = $\sqrt{\quad}$ meter

b. $\overrightarrow{TA} = (\quad)$

$|\overrightarrow{TA}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2} = \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

∴ Jarak T ke A adalah x $\sqrt{\quad}$ = $\sqrt{\quad}$ meter

c. $\overrightarrow{AB} = (\quad)$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2} = \sqrt{\quad}$

∴ Jarak A ke B adalah x $\sqrt{\quad}$ = $\sqrt{\quad}$ meter

d. $\overrightarrow{BH} = (\quad)$

$|\overrightarrow{BH}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2} = \sqrt{\quad}$

∴ Jarak B ke H adalah x $\sqrt{\quad}$ = $\sqrt{\quad}$ meter

LIVEWORKSHEETS

H. Pengurangan Vektor

Untuk mengurangkan sebuah vektor, kita menambahkan vektor yang berlawanan atau vektor negatif. Pengurangan dua vektor dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\bar{\boldsymbol{a}} - \bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{a} + (-\bar{\boldsymbol{b}})$$

Ayo Mencoba

1. Jika $\bar{a} = \binom{3}{1}$ dan $\bar{b} = \binom{2}{-4}$ tentukan
   a. $-\bar{b}$

Jawaban

$\bar{b} = (\ \ )$ maka $-b = (\ \ )$

   b. $\bar{a} - \bar{b}$

Jawaban

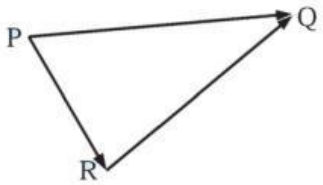
$$\bar{a} - \bar{b} = a + (-b)$$
$$= \left(\ \ \right) + \left(\ \ \right)$$
$$= \left(\ \ \right)$$

   c. Buat ilustrasi $\bar{a} - \bar{b}$ secara geometri

Jawaban

LIVEWORKSHEETS

2. Sederhanakan $\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RQ}$



Jawaban

$$\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{} + \left(\overrightarrow{}\right)$$

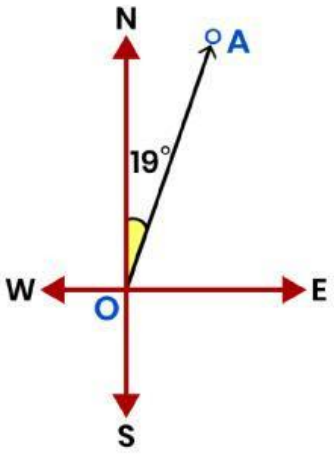
$$= \overrightarrow{}$$

LIVEWORKSHEETS

I. Arah vektor

Salah satu cara untuk menentukan arah vektor adalah dengan menggunakan ***true bearings***.

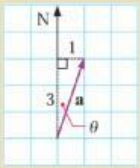
True bearings adalah pengukuran sudut searah jarum jam dari arah utara. Contohnya $\bar{a}$ mimiliki sudut 19^0



Ayo Mencoba

Tentukan sudut yang dibuat oleh $\vec{p} = \binom{1}{3}$ dengan acuannya arah utara (***true bearings***).

Jawaban



$\vec{p} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ adalah vektor p ke kanan sebanyak ___ satuan dan ke ___ sebanyak ___ satuan.

$\tan\theta = -$

$\theta = \tan^{-1}\left(-\right) \approx \quad ^0$ (gunakan kalkulator saintifik 1 angka dibelakang desimal)

LIVEWORKSHEETS