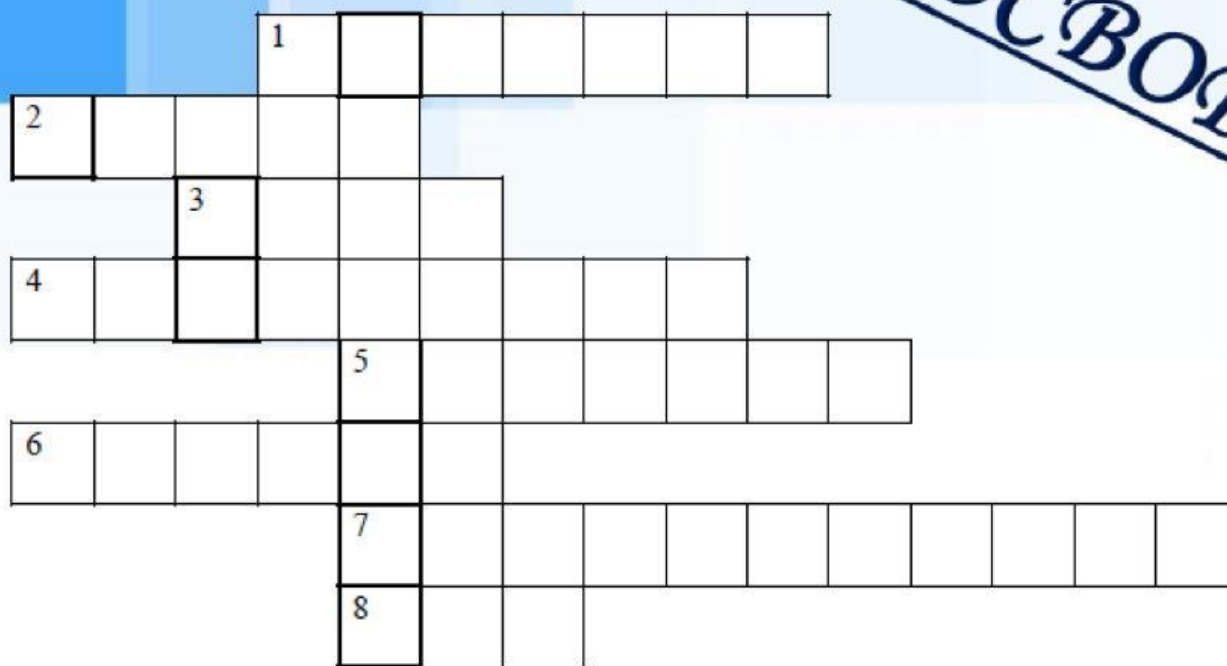


# СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

КРОСВОРД



1. Яка дужка об'єднує рівняння в систему рівнянь?
2. Що є графіком лінійного рівняння з двома змінними, у якому один з коефіцієнтів відмінний від нуля?
3. Скільки значень змінних входить в розв'язок систем рівнянь.
4. Один зі способів розв'язування систем рівнянь.
5. Розв'язком системи рівнянь називають спільний розв'язок усіх її...
6. Фігура, що складається з усіх точок площини, координати яких є розв'язками даного рівняння.
7. Рівняння, які мають одні і ті самі розв'язки.
8. Скільки точок достатньо для побудови прямої?





# ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ



Система рівнянь називається **лінійною**, якщо всі рівняння, що входять до системи, є лійними.

Систему двох лінійних рівнянь з двома змінними записують у вигляді:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1; \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

де  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  - задані числа; а  $x$  і  $y$  - змінні.

**Системою рівнянь** називаються два або декілька рівнянь, у яких потрібно знайти всі спільні розв'язки.

Рівняння системи записуються стовпчиком і об'єднуються фігурною дужкою.

**Розв'язати систему рівнянь** — означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків немає.

Пара значень  $(x; y)$ , яка одночасно є розв'язком і першого, і другого рівнянь системи, називають **розв'язком системи**.

**Приклад:** 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 9; \\ 3x + 2y = 7. \end{cases}$$

Пара чисел  $(3; -1)$  є розв'язком системи.

- ✓ Якщо система має скінченне число розв'язків, то вона називається **визначеною**.
- ✓ Якщо система має нескінченну множину розв'язків, то система називається **невизначеною**.
- ✓ Дві системи називаються **рівносильними**, якщо вони мають однакову множину розв'язків.

**Лінійні рівняння з двома змінними** — це рівняння типу  $ax + by = c$ , де  $x$  і  $y$  — змінні,  $a, b, c$  — задані числа. **Розв'язком рівняння з двома змінними** називається пара значень змінних, яка перетворює рівняння в правильну числову рівність. Ця пара значень змінних називається розв'язком рівняння.

**Графічний спосіб розв'язування систем лінійних рівнянь** — в одній системі координат будуються графіки двох рівнянь, і координати точки перетину графіків відповідають кореням рівнянь. Найбільш наочний спосіб, але має й найбільші похибки при обчисленнях, оскільки точність визначення координат точки залежить від масштабу зображення. Особливо складним є **розв'язування систем**, коли коефіцієнти або корені рівнянь — дробові числа.

**Графічний спосіб розв'язування систем лінійних рівнянь**

**Приклад:** 
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Будуємо графіки на площині:

$$\begin{aligned} y &= 3 - x \\ y &= x - 1 \end{aligned}$$

Побудувавши графіки систем лінійних рівнянь, побачимо, що графіки перетинаються в точці  $A(2; 1)$

**Спосіб підстановки** — найбільш універсальний з усіх способів розв'язування лінійних рівнянь з двома змінними. Він використовується практично для всіх типів систем рівнянь.

**Спосіб підстановки** полягає в тому, що з кожного рівняння одне з невідомих виражається через друге невідоме, і так доти, доки не одержимо результуюче рівняння, у якому буде лише одне невідоме.

**Спосіб додавання** часто використовується тоді, коли коефіцієнти при одному з невідомих чисельно рівні або їх можна звести до однакової числової величини в рівносильному рівнянні без складних обчислень.

**Спосіб додавання** полягає в одержанні рівносильного рівняння з одного із даних лінійних рівнянь. Додаючи два рівняння здійснюємо перехід до одного рівняння з одним невідомим.

**Спосіб підстановки для розв'язування систем лінійних рівнянь**

**Приклад:** 
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

З першого рівняння виражаємо  $y$ :  
 $y = 6 - x$

А одержаний вираз підставляємо в друге рівняння системи:

$$2x - (6 - x) = 3$$

$$2x - 6 + x = 3$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Одержане значення  $x$

підставляємо у вираз

$$y = 6 - x = 6 - 3 = 3.$$

**Відповідь:**  $(3; 3)$



## Запам'ятай!

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1; \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases}$$
 Якщо коефіцієнти біля змінних не пропорційні  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ , то система має **єдиний розв'язок**.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1; \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases}$$
 Якщо коефіцієнти біля змінних і вільні члени пропорційні  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ , то система має **безліч розв'язків**.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1; \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases}$$
 Якщо коефіцієнти біля змінних пропорційні, але не пропорційні вільні члени  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ , то система **розв'язків не має**.

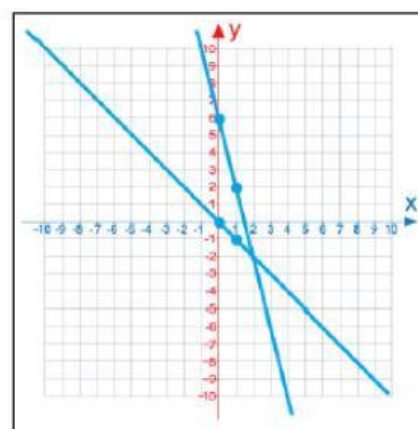
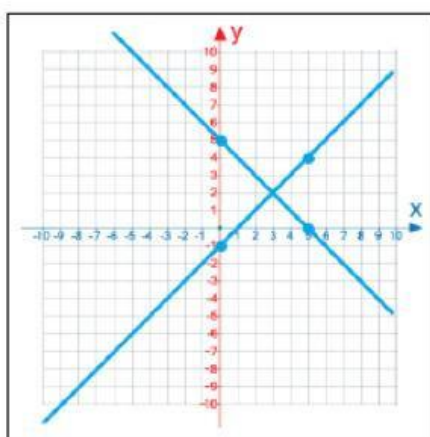
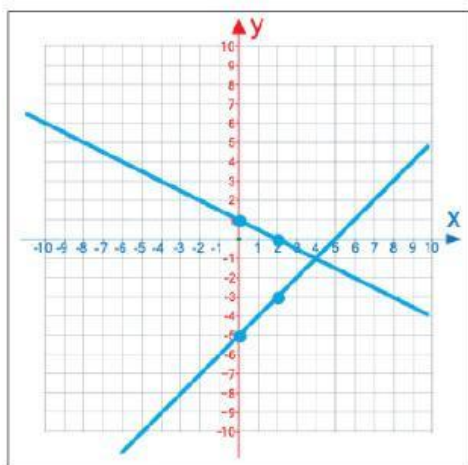
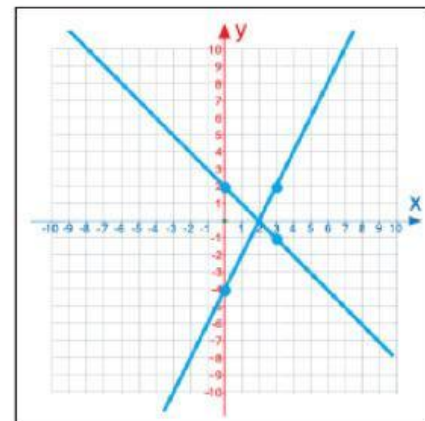
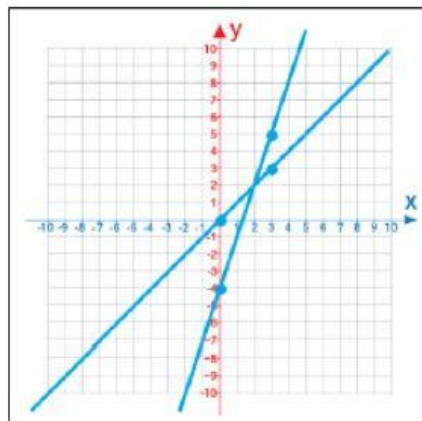
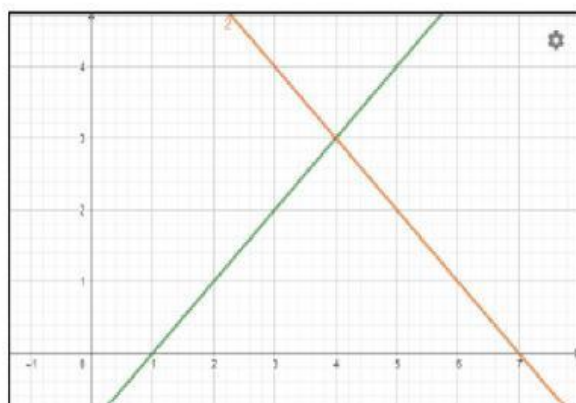
Сполучити систему рівнянь з відповідним графіком і записати розв'язок

| <b>Система</b>                                       | <b>Розв'язок</b>    | <b>Графік</b> |
|--|---------------------|---------------|
| $\begin{cases} x + y = 7; \\ x - y = 1. \end{cases}$ | $( \quad ; \quad )$ |               |
| $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$  | $( \quad ; \quad )$ |               |
| $\begin{cases} x - y = 0 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$  | $( \quad ; \quad )$ |               |
| $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$   | $( \quad ; \quad )$ |               |
| $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x - y = 5 \end{cases}$  | $( \quad ; \quad )$ |               |

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$$

( ; )

*Перетягни графік*



Розв'язати систему рівнянь способом  
додавання

$$\begin{cases} 5x + 6y = 0; \\ 3x + 4y = 4. \end{cases}$$

( ; )

Розв'язати систему рівнянь способом  
додавання

$$\begin{cases} y + 5x = 2; \\ 9y - 5x = 4. \end{cases}$$

( ; )

|  |   |
|--|---|
| Розв'язати систему рівнянь способом додавання<br>$\begin{cases} 3x + 2y = 5; \\ 5x - 3y = 2. \end{cases}$  | ( ; )   |
| Розв'язати систему рівнянь способом підстановки<br>$\begin{cases} 5x - y = 3; \\ 3x + y = 4. \end{cases}$  | ( ; )   |
| Розв'язати систему рівнянь способом підстановки<br>$\begin{cases} x + 2y = 18; \\ x - 2y = 14. \end{cases}$  | ( ; )   |
| Розв'язати систему рівнянь способом підстановки<br>$\begin{cases} 5y - 4x = -4; \\ 5y + x = 2. \end{cases}$  | ( ; )   |
| <b>Розв'язати систему рівнянь:</b><br>$\begin{cases} 2(4x - 5) - 3(3 + 4y) = 5, \\ 7(6y - 1) - (4 + 3x) = 21y - 86; \end{cases}$   | ( ; )   |
| <b>Розв'язати задачу:</b><br>За 6 однакових наборів олівців і 5 однакових циркулів заплатили 510 грн. Скільки коштує набір олівців і скільки — циркуль, якщо 3 набори олівців дорожчі за 1 циркуль на 150 грн? | Нехай набір олівців коштує $x$ грн, а циркуль — $y$ грн.<br>Система:<br>$\begin{cases} \_x + \_y = \_, \\ \_x - y = \_; \end{cases}$<br>$x = \_\_\_\_\_\_$<br>$y = \_\_\_\_\_\_$<br><b>Відповідь:</b><br>Набір олівців коштує $\_\_\_\_\_\_$ грн, а циркуль — $\_\_\_\_\_\_$ грн. |

