

RAÍCES CUADRADAS

La raíz cuadrada ($\sqrt{}$) de un número natural b corresponde a un único número positivo a que cumple: $a^2 = b$ y se representa como $\sqrt{b} = a$.

La raíz cuadrada se utiliza bastante como la operación matemática que permite calcular la medida del lado de un cuadrado cuando solo se conoce su área.

Ejemplo: Si el área de un cuadrado es 25 cm^2 . ¿Cuánto mide su lado?

Su lado mide $\sqrt{25} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$. Ya que $5 \cdot 5 = 25$

Ejemplo al calcular las siguientes raíces.

$$\sqrt{36} = 6 \text{ porque } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{81} = 9 \text{ porque } 9^2 = 81$$

$$\sqrt{4} = 2 \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{100} = 10 \text{ porque } 10^2 = 100$$

■ Actividades

1. Calcula las siguientes raíces cuadradas.

a. $\sqrt{1} =$

e. $\sqrt{64} =$

i. $\sqrt{225} =$

b. $\sqrt{9} =$

f. $\sqrt{81} =$

j. $\sqrt{361} =$

c. $\sqrt{16} =$

g. $\sqrt{121} =$

k. $\sqrt{400} =$

d. $\sqrt{25} =$

h. $\sqrt{144} =$

l. $\sqrt{529} =$

2. Identifica el número que debe ir en el recuadro para que la igualdad sea verdadera.

a. $\sqrt{} = 5$

e. $\sqrt{} = 1$

i. $\sqrt{} = 9$

b. $\sqrt{} = 4$

f. $\sqrt{} = 40$

j. $\sqrt{} = 50$

c. $\sqrt{} = 10$

g. $\sqrt{} = 100$

k. $\sqrt{} = 16$

d. $\sqrt{} = 6$

h. $\sqrt{} = 3$

l. $\sqrt{} = 25$

REDUCIR EXPRESIONES CON RAICES EXACTAS

En caso de tener expresiones con raíces exactas podemos reducirlas, calculando el valor de cada raíz y multiplicándola por el valor que lo antecede, para obtener solo adiciones y sustracciones de números enteros.

Ejemplo:

$$3\sqrt{25} + 2\sqrt{16} - 4\sqrt{36}$$

$$3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 - 4 \cdot 6 \quad \leftarrow \text{Paso 1: calcular el valor de cada raíz cuadrada}$$

$$15 + 8 - 24 \quad \leftarrow \text{Paso 2: multiplicar el resultado de la raíz con el valor que lo antecede}$$

$$\begin{array}{r} 23 - 24 \\ - 1 \end{array} \quad \leftarrow \text{Paso 3: Sumar o restar los resultado obtenidos}$$

■ Actividades

Calcula las siguientes raíces cuadradas.

a) $\sqrt{25} + 2\sqrt{16} =$

b) $\sqrt{36} + 2\sqrt{100} - \sqrt{625} =$

c) $4\sqrt{25} - 5\sqrt{81} + 3\sqrt{196} =$

d) $2\sqrt{81} - 5\sqrt{4} - 7\sqrt{9} =$

e) $-5\sqrt{100} - 7\sqrt{16} + 3\sqrt{900} =$

f) $-2\sqrt{144} + 3\sqrt{361} + 8\sqrt{100} =$

g) $\sqrt{400} - 2\sqrt{100} + 3\sqrt{900} =$

h) $5\sqrt{25} - 2\sqrt{25} + 10\sqrt{25} =$

3. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un rectángulo de área 128 cm^2 tiene un lado que mide la mitad del otro. Determina las longitudes de sus lados.

Las longitudes de sus lados son _____ de ancho y _____ de largo.

- b. Si la edad de mi hermana elevada al cuadrado es 49, ¿Que edad tiene?

Mi hermana tiene _____ años

- c. En el colegio han hecho revisiones médicas a 225 niños y la raíz cuadrada del número total de niños han mostrado problemas de vista. ¿Cuántos niños no han mostrado ningún problema de vista?

No han mostrado ningún problemas de vista _____ niños.

- d. Pablo, Sergio y Teresa han ido a buscar moras y han recogido 81 moras entre los 3. Teresa recogió la raíz cuadrada del total, multiplicada por 2, Sergio llevaba en su bolsa el triple de la raíz cuadrada total y Palo el resto. ¿Cuántas mora lleva cada uno?

Teresa lleva _____ moras, Sergio lleva _____ moras y Pablo lleva _____ moras.

- e. El piso de una casa tiene una superficie cuadrada de 256 m^2 . Si se quiere colocar guardapolvos alrededor de ésta, ¿cuántos metros deberá cubrir?

Deerá cubrir _____ metros

- f. El dueño de una tienda necesita reciclar su letrero de 4 metros de alto y 9 metros de ancho, para confeccionar un letrero cuadrado que tenga la misma área que el original. ¿Cuál es el área de ambos letreros? ¿Cuál es la medida del lado del letrero cuadrado?

El área de ambos letreros es de _____ y la medida del lado del letrero cuadrado es de _____ metros.

- g. Un tablero de ajedrez tiene 64 cuadrados para posicionar las piezas. Considerando que este tablero es cuadrado, ¿Cuántas piezas como máximo se pueden posicionar en la primera fila de cada lado del tablero?

Se pueden posicionar _____ piezas.

¿Qué es la descomposición de Raíces?

Se utiliza para escribir una raíz de forma simplificada. Se descompone la cantidad subradical en dos factores de tal forma que uno de ellos tiene que tener una raíz exacta. Las raíces exactas, como lo hemos visto anteriormente son: $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{64}$, etc.

Por ejemplo $\sqrt{12}$

El 12 se puede descomponer en $6 \cdot 2$ y $4 \cdot 3$. Si utilizamos la primera descomposición quedaría

$$\sqrt{12} = \sqrt{6 \cdot 2} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2}$$

El problema es que ninguna de las dos raíces es exacta. Si utilizamos la segunda descomposición quedaría

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

Como conocemos $\sqrt{4} = 2$, por lo tanto, reemplazamos el valor de raíz de cuatro por 2, lo que nos da la **raíz descompuesta** $2 \cdot \sqrt{3}$

4. Descompón las siguientes raíces cuadradas

a) $\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \quad \sqrt{3}$

b) $\sqrt{40} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \quad \sqrt{\quad}$

c) $\sqrt{75} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \quad \sqrt{\quad}$

d) $\sqrt{242} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} = \quad \sqrt{\quad}$

¿Cómo podemos operar raíces cuyo valor no es exacto?

Cuando tenemos raíces con cantidades subradicales no exactas, éstas se pueden trabajar sumando o restando el factor numérico de aquellas raíces que tienen la misma cantidad subradical, manteniendo la raíz, tal como se realiza la reducción de términos semejantes en álgebra.

Ejemplo:

$2\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + \sqrt{3}$ / conmuta las raíces con igual cantidad subradical
 $2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + \sqrt{3}$ / opera raíces semejantes
 $-2\sqrt{5} + 4\sqrt{3}$

En estas operatorias, dejamos el resultado expresado en función de las raíces no exactas, es decir, sin calcular su valor.

5. Reduce las siguientes expresiones aplicando descomposición de raíces cuando sea necesario.

$$8\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{7} = \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{7} + \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{5}$$

$$\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{112} - 17\sqrt{7} = \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{7}$$

$$4\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{3}$$

$$6\sqrt{2} - 3\sqrt{32} = \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{2}$$

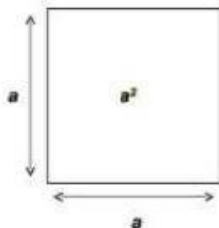
$$\sqrt{98} + \sqrt{72} = \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{2}$$

$$3\sqrt{3} - 22\sqrt{75} - 5\sqrt{27} =$$

$$-4\sqrt{2} - 3\sqrt{12} + 3\sqrt{75} - 6\sqrt{8} = \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{3} - \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{2}$$

Alternativas: Lee con mucha atención cada una de las preguntas y luego determina la respuesta correcta

1. ¿Cuánto mide el lado de un llavero cuadrado cuya área es de 144 centímetros cuadrados?



2.-Un tablero de ajedrez tiene 64 cuadrados para posicionar las piezas. Considerando que este tablero es cuadrado, ¿Cuántas piezas como máximo se pueden posicionar en la primera fila de cada lado del tablero?



3.- Un cuadrado tiene área de 81 cm cuadrados, ¿cuál es el perímetro del cuadrado?

El número 3 es la raíz cuadrada de:

27 es un número que no tiene raíz cuadrada perfecta, pero podemos descomponerla de la siguiente manera:

Cuando hablamos de raíz cuadrada de un número nos referimos a:

- a) $\sqrt{9 \cdot 3}$
c) $\sqrt{27 \cdot 1}$

- a) La mitad del número
b) A un número que multiplicado por 2 nos de ese número
c) A un número que sumado con si mismo nos de ese número
d) A un número que multiplicado por si mismo nos de ese número

- b) $\sqrt{16 + 11}$
d) $\sqrt{25 + 2}$

¿Cuál de los siguientes números es un cuadrado perfecto?

$$\sqrt{64} =$$

¿Cuál de las siguientes raíces cuadradas no es exacta?

$$\sqrt{36 + 64} =$$

Dos triángulos rectángulos comparten la misma hipotenusa. Si las medidas de los catetos de uno de los triángulos son 11 cm y 3 cm, y la medida de uno de los catetos del segundo triángulo es de 7 cm, ¿cuál es la medida del cateto restante?

Un rectángulo de área 128 cm^2 tiene un lado que mide la mitad del otro. Determina las longitudes de sus lados.