



Pengembangan Program Pembelajaran Matematika

Tugas 5

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
(LKPD)

Disusun Oleh:
Zavira Mardhatillah Maulidia
(E1R022099)





LKPD



APLIKASI INTEGRAL

Kelas :

Kelompok :

Nama :

1.

2.

3.

4.





Capaian Pembelajaran (CP)

Di akhir fase F+, peserta didik dapat memahami laju perubahan dan laju perubahan rata-rata, serta laju perubahan sesaat sebagai konsep kunci derivatif (turunan), baik secara geometris maupun aljabar. Mereka dapat menentukan turunan dari fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dan menerapkan derivatif (turunan) untuk membuat sketsa kurva, menghitung gradien dan menentukan persamaan garis singgung, menentukan kecepatan sesaat dan menyelesaikan soal optimasi. Mereka dapat memahami integral, baik sebagai proses yang merupakan kebalikan dari derivatif (turunan) dan juga sebagai cara menghitung luas. Mereka memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif (turunan) dan integral.



Tujuan Pembelajaran (TP)

K11. Peserta didik dapat menerapkan konsep integral dalam menyelesaikan permasalahan (Memahami dan menerapkan integral sebagai cara menghitung luas daerah kurva).

Alokasi Waktu

Untuk menyelesaikan LKPD diberikan waktu 30 menit.



Petunjuk Penggunaan LKPD

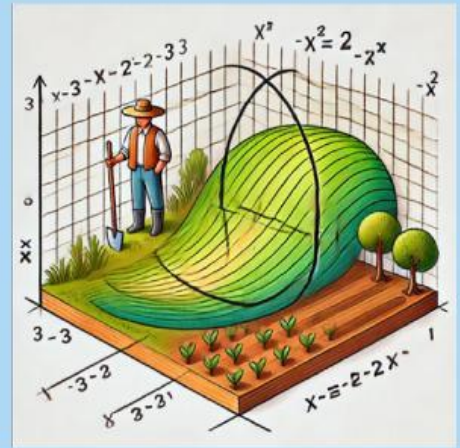
Berikut adalah tugas yang harus kalian laksanakan.

1. Membaca semua LKPD secara terurut dari petunjuk sampai dengan lembar kerja secara cermat dan teliti.
2. Diskusikan dengan teman kelompokmu untuk mengisi “titik-titik” pada lembar kerja
3. Melaksanakan kegiatan belajar dengan baik.
4. Bacalah dengan seksama setiap uraian dalam LKPD ini. Jika mengalami kesulitan sebaiknya Anda tanyakan kepada guru.
5. Kerjakan tugas/soal pada tempat yang telah disediakan. Bila tempat yang disediakan kurang, Anda dipersilahkan untuk menambahkan pada kertas lain.
6. Anda diperbolehkan menggunakan bahan atau sumber lain yang sesuai untuk membantu pemahaman Anda.

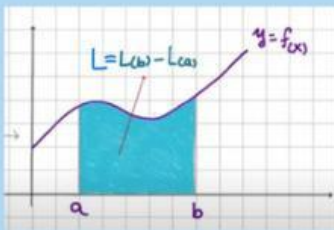
Masalah Kontekstual



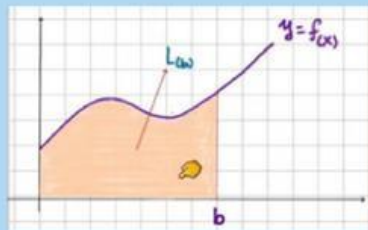
Seorang petani memiliki lahan berbentuk tidak beraturan yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 + 1$ pada interval $x = -1$ hingga $x = 2$. Petani tersebut ingin menanam tanaman di seluruh area yang berada di bawah kurva tersebut dan di atas sumbu x . Untuk mengetahui seberapa luas area yang dapat ditanami, petani itu perlu menghitung luas daerah di bawah kurva. Dengan menggunakan konsep integral, berapa luas daerah tersebut?



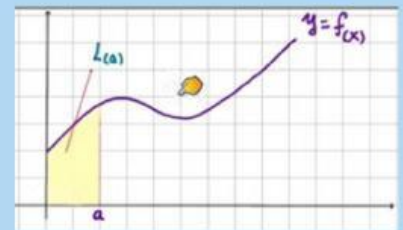
Luas Daerah di Bawah Kurva



gambar (1)



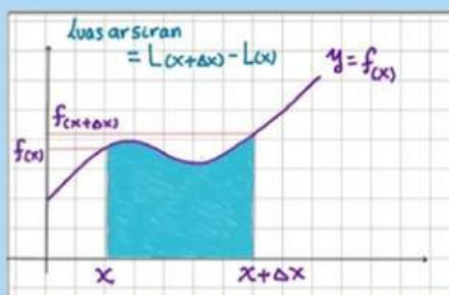
gambar (2)



gambar (3)

Misalkan $L(x)$ adalah luas daerah yang dibatasi oleh kurva dan sumbu x pada interval $[a, b]$, maka

$$L = L(b) - L(a) \text{ ----> persamaan 1}$$



$$L = L(\dots + \Delta \dots) - L(\dots)$$

$$\frac{L}{\Delta x} = \frac{L(\dots + \Delta \dots) - L(x \dots)}{\Delta x}$$

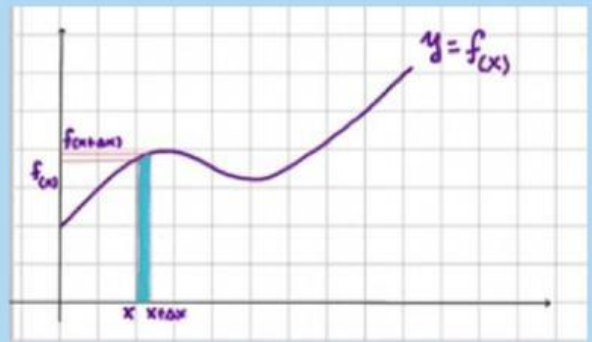
Bagaimana jika Δx sangat kecil? ($\Delta x \rightarrow 0$)

??



Jika titik $x + \Delta x$ didekatkan ke titik x sampai jaraknya (Δx) mendekati nol, maka kita akan mendapatkan luas persegi (L_p).

$$L_p = \text{lebar} \cdot \text{panjang} \\ = \Delta x \cdot f(x)$$



ingat definisi turunan!

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



ingat integral=anti turunan!

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

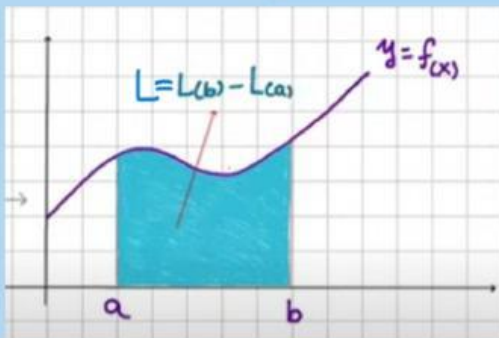
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{L}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{L(x + \Delta x) - L(x)}{\Delta x}$$

$$f(x) = L'(x)$$

$$L(x) = \int f(x) dx$$

--->persamaan 2

Kembali ke gambar (1). Kita akan mencari luas kurva yang dibatasi oleh kurva $y=f(x)$ di sebelah atas dan sumbu x di sebelah bawah pada interval $[a, b]$. Maka diperoleh:



gambar (1)

$$L = L(\dots) - L(\dots) \text{ --->persamaan 1}$$

$$L(x) = \int \dots dx \text{ --->persamaan 2}$$

$$\int_a^b f(\dots) dx = [L(x)] \dots \\ = L(\dots) - L(\dots)$$

$$\int_a^b f(x) dx = L$$

KESIMPULAN RUMUS LUAS KURVA

$$L = \int_a^b \dots dx$$

Dari rumus yang telah kita peroleh, maka kita dapat menyelesaikan permasalahan yang ada di awal tadi.

Penyelesaian Masalah Kontekstual



Pemecahan masalah kontekstual di awal, melibatkan perhitungan integral dari fungsi batas atas dan bawah pada interval yang diberikan. Langkah selanjutnya adalah menghitung integral dari fungsi $y = x^2 + 1$ dari $x = -1$ hingga $x = 2$, dan hasilnya akan memberikan luas daerah di bawah kurva.

- Titik potong sumbu x , $y = 0$

$$x^2 + 1 = y$$

$$x^2 + \dots = \dots$$

$$x^2 = \dots (\dots)$$

- Titik potong sumbu y , $x = 0$

$$y = x^2 + 1$$

$$y = \dots^2 + \dots = \dots \rightarrow (\dots, \dots)$$

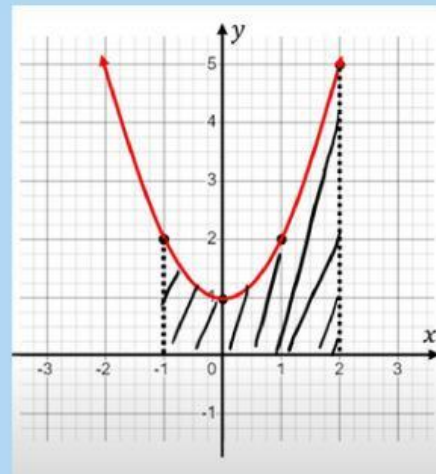
- Titik puncak

$$x_p = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot 1} = \dots$$

$$y_p = \dots^2 + 1 = \dots \rightarrow (\dots, \dots)$$

- Titik bantu

x	-1	1	2
y	...	...	...



$$L = \int_a^b f(x) dx$$

$$L = \int_{-1}^2 (\dots^2 + \dots) dx$$

$$= \left[\frac{1}{\dots} x^3 + \dots \right]_{-1}^{\dots}$$

$$= \left(\frac{1}{\dots} \cdot 2^3 + 2 \right) - \left(\frac{1}{\dots} \cdot (\dots)^3 + (\dots) \right)$$

$$= \frac{8}{\dots} + 2 - \left(-\frac{1}{\dots} - 1 \right)$$

$$= \frac{8}{\dots} + 2 + \frac{1}{\dots} + 1$$

$$L = \dots \text{ satuan luas}$$

Jadi, luas area yang dapat ditanami oleh petani tersebut adalah satuan luas.



Ayo Berlatih!



Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 + 2$ pada interval $x = -2$ hingga $x = 1$!

Jawab:

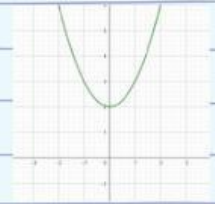
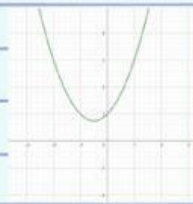
- Titik potong sumbu x , $y = 0$

$$x^2 + 2 = y$$

$$x^2 + \dots = \dots$$

$$x^2 = \dots (\dots)$$

- Pilih/tekan satu gambar grafik yang tepat!



- Titik potong sumbu y , $x = 0$

$$y = x^2 + 2$$

$$y = \dots^2 + \dots = \dots \rightarrow (\dots, \dots)$$



- Titik puncak

$$x_p = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot 1} = \dots$$

$$y_p = \dots^2 + 2 = \dots \rightarrow (\dots, \dots)$$

- Titik bantu

x	-2	-1	1
y	..	..	..

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

$$L = \int_{-2}^{\dots} (\dots^2 + \dots) dx$$

$$= \left[\frac{1}{\dots} x^3 + \dots x \right]_{\dots}^1$$

$$= \left(\frac{1}{\dots} 1^3 + \dots 1 \right) - \left(\frac{1}{\dots} (-2)^3 + \dots (-2) \right)$$

$$= \frac{1}{\dots} + 2 - \left(-\frac{\dots}{\dots} - 4 \right)$$

$$= \frac{1}{\dots} + 2 + \frac{\dots}{\dots} + 4$$

$$L = \dots \text{ satuan luas}$$

Selamat Mengerjakan

