Modul Ajar

POLINOMIAL TEOREMA SISA

Disusun oleh
Kelompok 5

LIVEWORKSHEETS

Modul Ajar Matematika

Informasi Umum

Nama Penyusun : Siti Julaeha, Musyariatul Aidiyah, Roid Muflih

Institutsi : SMAN 1 Surakarta

Tahun Penyusunan : 2024

Jenjang Sekolah : SMA

Fase/Kelas : F+/XI

Alokasi Waktu : 2 JP (2 × 45 menit)

Kompetensi Awal : Peserta didik menentukan Peta Konsep, pembagian polinomial dengan cara bersusun dan horner..

Profil Pelajar Pancasila dan Pelajar Rahmatan lil Alamin :

- Profil Pelajar Pancasila yang ingin dicapai adalah mengembangkan kemandirian, kemampuan bernalar kriti, bergotong royong dan kreativitas peserta didik.
- Profil Pelajar Rahmatan lil Alamin yang ingin dicapai adalah bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia.

Sarana prasana : LKPD, Buku matematika tingkat lanjut kelas XI, proyektor, laptop, power point,

Target Peserta Didik : seluruh siswa secara umum, baik dengan kesulitan belajar atau siswa dengan tingkat berpikir tinggi

Model Pembelajaran : *Discovery Learning*

Komponen Inti

A. Capaian Pembelajaran

Di akhir fase F, peserta didik dapat melakukan operasi aritmetika pada polinomial (suku banyak), menentukan faktor polinomial, dan menggunakan identitas polinomial untuk menyelesaikan masalah.

B. Tujuan Pembelajaran

1.1. Peserta didik dapat menjelaskan pengertian dan bentuk polinomial

1.2. Peserta didik mampu melakukan operasioperasi polinomial serta menggunakan sifat-sifatnya untuk penyelesaian masalah

1.3. Peserta didik dapat Menjelaskan bentuk teorema factor, fungsi polinomial dan pembuat nol suatu polinomial, serta menggunakan sifat-sifatnya untuk penyelesaian masalah

C. Kriteria Ketercapaian Tujuan Pembelajaran

1.1.1. Siswa dapat membedakan polinomial dan bukan polinomial

LIVEWORKSHEETS

1.1.2. Siswa dapat menentukan derajat dari suatu polinomial

1.1.3. Siswa dapat mengetahui bentuk umum fungsi polinomial

1.2.1 Siswa dapat menjelaskan operasi dasar penjumlahan, pengurangan dan perkalian polinomial

1.2.2 Siswa dapat menyelesaikan pembagian polinomial dengan metode bersusun

1.2.3 Siswa dapat menyelesaian pembagian polinomial dengan metode horner

1.2.4 Siswa dapat menyelesaian pembagian polinomial dengan metode teorema sisa

1.3.1 Siswa dapat menjelaskan cara teorema factor untuk memfaktorkan polinomial

1.3.2 Siswa dapat menentukan pembuat nol suatu polinomial dengan melihat koefisien utama dan konstantanya

1.3.3 Siswa dapat menentukan koneksi antara factor dan pembuat nol polinomial

D. Pemahaman Bermakna

- Pengertian polinomial dan fungsi polinomial
- Operasi pada polinomial, penjumlahan, pengurangan dan perkalian polinomial.
- Operasi pada polinomial, pembagian polinomial terdapat dua metode: bersusun, horner dan Teorema sisa
- Teorema factor dan pembuat nol polinomial
- Sifat-sifat akar persamaan polinomial
- Membuktikan identitas polinomial

E. Pertanyaan Pemantik

- Apa itu polinomial ?
- Bagaimana menentukan derajat pada polinomial ?
- Apasaja operasi bilangan bulat?

F. Kegiatan Pembelajaran

Pertemuan 1 & 2

LIVEWORKSHEETS

Tahapan	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
Pendahuluan	1. Guru memberikan salam, mengajak siswa berdoa sebelum belajar, dan memeriksa kehadiran siswa 2. Guru memberikan apersepsi dan motivasi. 3. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dipelajari 4. Guru menyampaikan rencana kegiatan pembelajaran dan langkah-langkah pembelajaran.	10 menit
Kegiatan Inti	1. **Stimulasi** Peserta didik diberikan LKPD yang berisi soal tentang polinomial 2. ***Problem-Statement*** **(Pertanyaan/Identifikasi masalah)** Peserta didik diberi kesempatan untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin hal yang diketahui tentang persoalan yang diberikan dalam LKPD 3. ***Data Collection*** **(pengumpulan data)** Untuk mengerjakan LKPD guru memberikan penjelasan tentang polinomial dan derajat polinomial, peserta didik juga diberikan kesempatan untuk mengekplorasi dengan gaya belajar masing-masing 4. ***Data Processing*** **(pengolahan data)** Guru berkeliling ke setiap kelompok dan memberikan bantuan jika ada kelompok yang kesulitan dalam mengerjakan LKPD 5. ***Verification*** **(pembuktian)** Peserta didik diberikan kesempatan untuk mempresentasikan hasil kerjanya dan kelompok lain menanggapinya. Guru memberikan penegasan jawaban yang benar.	60 menit

LIVEWORKSHEETS

	6. ***Generalization*** **(menarik kesimpulan)** Peserta didik dan guru membuat kesimplan tentang definisi dan derajat polinomial	
Penutup	1. Guru menyimpulkan pembelajaran yang telah dipelajari. 2. Refleksi pencapaian siswa/asesmen formatif,dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan. 3. Guru memberikan informasi kegiatan yang akan dilakukan dan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya yaitu operasi fungsi polinomial 4. Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi kemudian diakhiri dengan berdoa dan salam.	20 menit

G. Asesmen

- Diagnosis (Terlampir)
- Formatif (Terlampir)
- Summatif (Terlampir)

H. Pengayaan dan Remidial

- Pengayaan : Peserta didik yang daya tangkap dan daya kerjanya lebih dari peserta didik lain, sehingga guru memberikan kegaiatan pengayaan yang lebih menantang dan memperkuat daya serapnya terhadap materi yang telah diajarkan guru
- Remidial : Peserta didik yang hasil belajarnya belum mencapai target, kemudian guru melakukan pengulangan materi denga pendekatan yang lebih individual dengan memberikan tugas individu tambahan untuk memperbaiki hasil belajar peserta didik tersebut.

I. Glosarium

- Derajat polinomial : Pangkat tertinggi suatu variabel pada
- Koefisien : Faktor numerik dari suatu monomial

LIVEWORKSHEETS

- Konstanta : Suatu bilangan yang tidak memuat variabel
- Monomial : Monomial adalah suatu bilangan, suatu variabel berpangkat bilangan cacah, atau perkalian antara bilangan dan satu atau lebih variabel-variabel berpangkat bilangan cacah.
- Polinom : Bentuk aljabar yang terdiri dari lebih satu suku
- Suku-suku sejenis berpangkat sama : Suku-suku yang mempunyai variabel

D. Daftar Pustaka

- Al Azhary Masta, dkk.2021. Buku Siswa Untuk SMA Kelas XI Matematika Lanjut.Jakarta : Kementrian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia
- Al Azhary Masta, dkk.2021. Buku Panduan GuruUntuk SMA Kelas XI Matematika Lanjut.Jakarta : Kementrian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia

Mengetahui,

Surakarta, 8 Desember 2024

Dosen Intrada Reviladi, M.Sc

Mahasiswa Praktik

LIVEWORKSHEETS

Lampiran

RANCANGAN ASESMEN DIAGNOSTIK

Jenjang	F+/XI
Capaian Pembelajaran	Di akhir fase F+, peserta didik dapat melakukan operasi aritmetika pada polinomial (suku banyak), menentukan faktor polinomial, dan menggunakan identitas polinomial untuk menyelesaikan masalah
Tujuan Pembelajaran	Peserta didik dapat menjelaskan pengertian dan bentuk polinomial melalui kegiatan diskusi dengan benar dan tepat. Peserta didik mampu melakukan operasi-operasi polinomial serta menggunakan sifat-sifatnya dalam menyelesaikan sebuah permasalahan kontekstual dengan benar.

KISI-KISI PENULISAN SOAL
ASESMEN FORMATIF

NO. SOAL	CAPAIAN PEMBELAJARAN	MATERI	INDIKATOR	LEVEL KOGNITIF
1.	1.1.2 Siswa dapat menentukan derajat dari suatu polinomial	Derajat Polinomial	Diberikan fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan derajat fungsi polinomial tersebut	L1(Pengetahuan dan Pemahaman)
2.	1.2.1 Siswa dapat menjelaskan operasi dasar penjumlahan, pengurangan dan perkalian polinomial	Operasi Dasar Polinomial	Diberikan konsep operasi fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan hasil operasi hitungnya	L1(Pengetahuan dan Pemahaman)
3.	1.2.2 Siswa dapat menyelesaikan pembagian polinomial dengan metode bersusun	Pembagian Polinomial	Diberikan konsep pembagian fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan hasil dan sisa operasi hitungnya	L2(Aplikasi)
4.	1.2.3 Siswa dapat menyelesaikan pembagian polinomial dengan metode horner	Pembagian Polinomial	Diberikan konsep pembagian fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan hasil dan sisa operasi hitungnya	L2(Aplikasi)
5.	1.2.3 Siswa dapat menyelesaikan pembagian polinomial dengan metode horner	Pembagian Polinomial	Diberikan konsep pembagian fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan hasil dan sisa operasi hitungnya	L2(Aplikasi)
6.	1.3.1 Siswa dapat menjelaskan cara teorema factor untuk memfaktorkan polinomial	Faktor Fungsi Polinomial	Diberikan fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan faktor fungsi polinomial tersebut	L2(Aplikasi)
7.	1.3.6 Siswa dapat membuktikan identitas polynomial	Identitas Polinomial	Diberikan konsep fungsi identitas polinomial, peserta didik dapat membuktikan konsep fungsi identitas polinomial tersebut	L2(Aplikasi)

LIVEWORKSHEETS

KISI-KISI PENULISAN SOAL
ASESMEN SUMATIF

NO. SOAL	CAPAIAN PEMBELAJARAN	MATERI	INDIKATOR	LEVEL KOGNITIF
1.	1.1.2 Siswa dapat menentukan derajat dari suatu polinomial	Derajat Polinomial	Diberikan fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan derajat fungsi polinomial tersebut	L1(Pengetahuan dan Pemahaman)
2.	1.2.1 Siswa dapat menjelaskan operasi dasar penjumlahan, pengurangan dan perkalian polinomial	Operasi Dasar Polinomial	Diberikan konsep operasi fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan hasil operasi hitungnya	L1(Pengetahuan dan Pemahaman)
3.	1.2.3 Siswa dapat menyelesaikan pembagian polinomial dengan metode horner	Pembagian Polinomial	Diberikan konsep pembagian fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan hasil dan sisa operasi hitungnya	L2(Aplikasi)
4.	1.3.1 Siswa dapat menjelaskan cara teorema factor untuk memfaktorkan polinomial	Faktor Fungsi Polinomial	Diberikan fungsi polinomial, peserta didik dapat menentukan faktor fungsi polinomial tersebut	L2(Aplikasi)
5.	1.3.6 Siswa dapat membuktikan identitas polynomial	Identitas Polinomial	Diberikan konsep fungsi identitas polinomial, peserta didik dapat membuktikan konsep fungsi identitas polinomial tersebut	L2(Aplikasi)

LIVEWORKSHEETS

LAMPIRAN MATERI POWER POINT

Teorema Sisa dan Teorema Faktor

Kelompok 5

1

Kelompok 5

Siti Julaeha Dewansi D U.	213161014
Musyariatul Aidiyah	213161017
Roid Muflih Ihsanuddin	213161023

2

Pengertian Suku Banyak/Polinomial

Polinomial atau suku banyak adalah suatu bentuk aljabar yang terdiri atas beberapa suku dan memuat satu variabel berpangkat bulat positif. Secara umum polinomial dalam x dan berderajat n dapat dituliskan sebagai berikut.

Contoh dan bukan contoh dari polinomial

3

Suku Banyak

1. Teorema Sisa
2. Teorema Faktor

4

Secara umum dapat dikatakan bahwa jika suku banyak f(x) dibagi dengan g(x) memberikan hasil bagi H(x) dan sisa pembagian S(x), maka diperoleh hubungan.

F(x) = p(x).H(x) + S(x)

Keterangan :

H(x) = Hasil bagi suku banyak

S(x) = Sisa suku banyak

F(x) = Suku banyak (polinomial)

P(x) = Pembagi suku banyak

Sisa pembagian suku banyak f(x) oleh (x+k) ialah S (sisa) = f(−k).

Apabila f(x) berderjat n dan g(x) berderajat m, maka hasil bagi H(x) berderajat n m dan sisa pembagian maksimum berderajat m−1.

5

Teorema 1

Jika suku banyak f(x) dibagi x − h maka sisanya adalah f(h) !

Tulis f(x)=(x−h).H(x) + sisa

Subtitusikan x − h maka didapat:

f(h) = (h−h) . H(h) + sisa

f(h)= O+ sisa, maka sisa = f(h) (terbukti)

Dengan cara yang sama, buktikanlah bahwa jika f(x) dibagi ax − b maka sisanya adalah f(b/a)

Maka: f(x) = (ax−b).H (x) + sisa.

Untuk x = b/a maka f(b/a) = (a.b/a − b)H(a) + sisa

f(b/a) = (b−b).H(a) + sisa

f(b/a)= O.H(a) + sisa → sisa = f (b/a) terbukti

6

CONTOH

Tentukan sisa pembagian jika suku banyak f(x) = 4x ^ 3 − 6x ^ 2 + 3x + 9 dibagi x + 3

f(x) = 4x ^ 3 − 6x ^ 2 + 3x + 9 dibagi dengan x+3 = x − (− 3) sisa f(− 3)

x = −3	4	−6	3	9
		−12	54	−171
	4	−18	57	−162

Jadi, sisanya adalah −162.

7

CONTOH

Tentukan sisa pembagian jika 4x ^ 3 − 9x ^ 2 + 14x + 15 dibagi dengan 4x − 1

2x − 1 = O maka x = 1/2 , Dengan demikian, suku banyak 4x ^ 3 − 9x ^ 2 + 4x + 15 dibagi dengan 4x − 1, memberikan sisa f(1/4)

x = 1/4	4	−9	14	15
		1	−2	3
	4	−8	12	18

Jadi, sisanya adalah f(1/4) = 18

8

Contoh

Suku banyak f(x) = x ^ 4 + 3x ^ 3 + x ^ 2 − (p + 4) x + 1 dibagi dengan x−3 memberikan sisa = 166. Tentukan nilai p.

9

Contoh

Bila f(x) dibagi x + 2 memberikan sisa 14, sedangkan bila dibagi x − 4 memberikan sisa −4. Tentukan sisanya bila f(x) dibagi x ^ 2 − 2x − 8

10

Teorema Faktor

Teorema faktor digunakan untuk menentukan akar-akar atau faktor dari suatu suku banyak. Inti dari teorema faktor adalah suatu pembagi merupakan faktor dari suku banyak jika memiliki sisa nol (0).

Contoh 1

Salah satu faktor suku banyak p(x)=x^4−15x^2−10x+n adalah x+2. Faktor lainnya adalah ...

Contoh 2

Tentukan nilai a dan b jika diketahui (x−7) dan (x+3) merupakan faktor dari 2x^3+ax^2−22x+b.

11

Contoh Soal Teorema Sisa

Jika $f(x) = 3x^{13} + 3x^{10} + k$ dibagi dengan $(x + 1)$ bersisa 12 maka nilai k adalah ...

Diketahui $f(x) = 2x^3 - (p + 1)x^2 + (3p - 1)x - 4$. Jika $f(x)$ dibagi $(x + 3)$ memberi sisa −100 maka nilai p = ...

12

LIVEWORKSHEETS

Pengertian Polinomial

Polinomial adalah ekspresi aljabar yang terdiri dari variabel dan konstanta yang dihubungkan dengan operasi aritmatika seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian

Bentuk Polinomial

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

- n adalah eksponen dari variabel x yang merupakan bilangan bulat asli (bulat positif) dan $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ adalah koefisien-koefisien yang merupakan bilangan real

contoh soal

$2x^3 + 3x^2 + 5$ dibagi $x + 1$

a. Dengan cara susun

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2 + x - 1 \\ \hline x+1 & 2x^3 + 3x^2 + 0x + 5 \\ & \underline{2x^3 + 2x^2} \\ & \quad x^2 + 0x + 5 \\ & \quad \underline{x^2 + x} \\ & \qquad -x + 5 \\ & \qquad \underline{-x - 1} \\ & \qquad\quad 6 \end{array}$$

b. Dengan cara Horner

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 3 & 0 & 5 \\ & & -2 & -1 & 1 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & \boxed{6} \end{array}$$

hasil bagi sisa

Dari penyelesaian tersebut diperoleh $2x^2 + x - 1$ sebagai hasil bagi berderajat 2 dan 6 sebagai sisa pembagian.

Jika suatu polinom F(x) dibagi oleh (x – k) maka sisanya adalah F(k)

Demikian juga,

Jika suatu polinom F(x) dibagi oleh (ax + b) maka sisanya adalah F(-b/a)

Ilustrasi Horner:

Masalah 1:
Tentukan nilai F(x) = x^2 + x +1 untuk x = 2.

Masalah 2:
Tentukan sisa dari pembagian (x^2 + x +1) oleh (x – 2).

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & \boxed{7} \end{array} +$$

Kedua masalah dapat diselesaikan dengan cara Horner, cara dan langkah yang sama. Menunjukkan bahwa sisa pembagian oleh (x – k) = F(k).

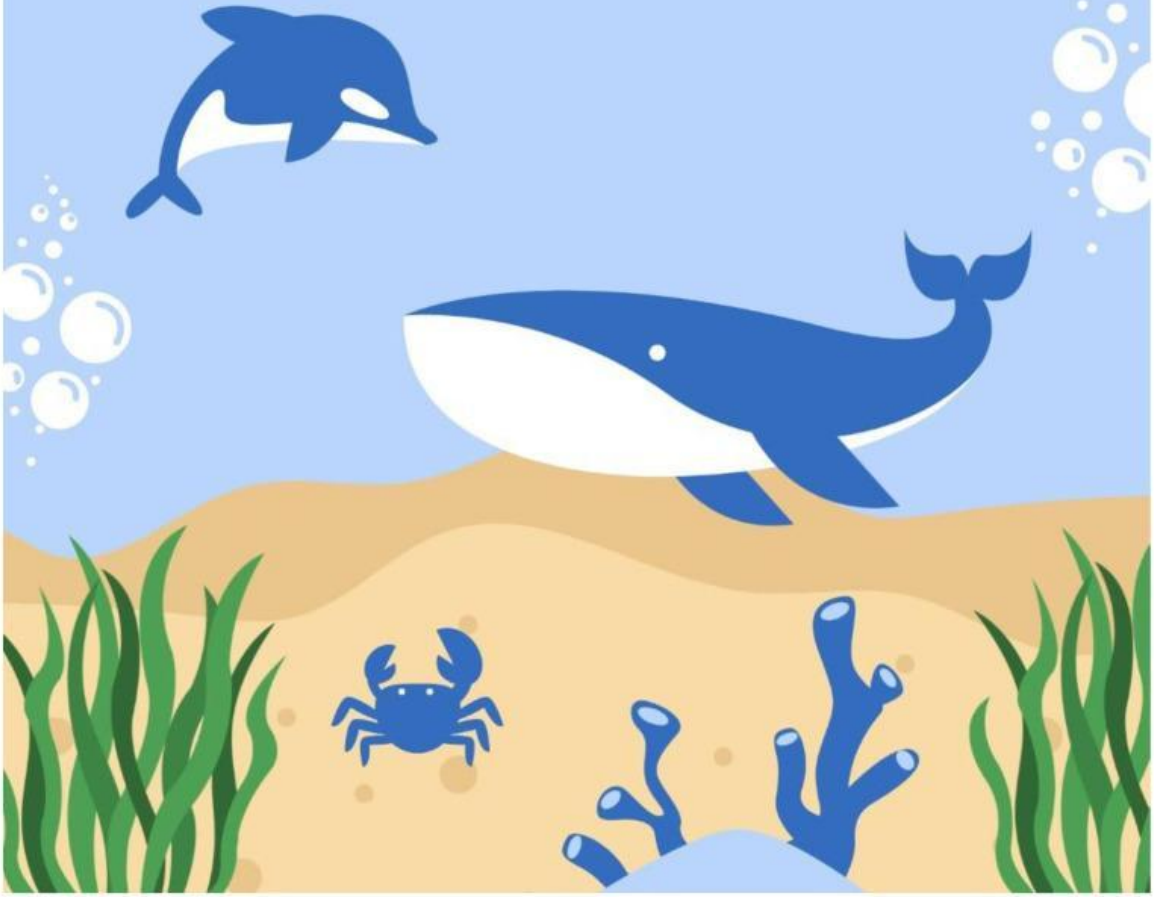
LIVEWORKSHEETS

Lembar Kerja
PESERTA DIDIK

Kelas 11
Tema Polinomial Teorema Sisa

Nama : _____

Kelas : _____



LIVEWORKSHEETS

TUJUAN PEMBELAJARAN

1.1. Peserta didik dapat menjelaskan pengertian dan bentuk polinomial

1.2. Peserta didik mampu melakukan operasioperasi polinomial serta menggunakan sifat-sifatnya untuk penyelesaian masalah

1.3. Peserta didik dapat Menjelaskan bentuk teorema factor, fungsi polinomial dan pembuat nol suatu polinomial, serta menggunakan sifat-sifatnya untuk penyelesaian masalah

Langkah langkah dalam pengerjaan LKPD :

1. Tuliskan nama masing masing kelompok
2. Silahkan diskusi soal yang sudah diperoleh
3. Ajukan pernyataan kepada guru apabila mengalami kesulitan dalam mengerjakan
4. Kemudian jawablah pernyataan tersebut dengan benar

LIVEWORKSHEETS

SOAL

Nilai sisa dari f (x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 2.
Jika dibagi x + 2 adalah..

Pembahasan

f (x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 2

-2	1	1	-2	1	2	
		-2	2	0	-2	+
	1	-1	0	1	0	

Jadi sisanya adalah 0

LIVEWORKSHEETS

SOAL

Suku banyak f(x) jika dibagi oleh (x-3) sisanya 8 dan jika dibagi oleh (x-2) sisanya -7. Maka jika suku banyak itu dibagi oleh x^2 - x - 6, sisanya adalah..

Pembahasan

f(x) = (x^2 - x - 6) H (x) + 3
f (x) = (x - 3) (x + 2) H (x) ax + b
f (3) = 0.H (x) + 3a + b = 8
f (-2) = 0.H (x) + (-2a) + b = -7

Jadi dieliminasi
(3a + b = 8) - (-2a + b = -7)
5a = 15
a = 3

kemudian menggunakan cara substitusi
3a + b = 8
3 (3) + b = 8
b = 8-9
b = -1

Jadi, f(x) dibagi x^2 - x - 6 tersisa ax + b
= 3x -1

LIVEWORKSHEETS