Colegio Técnico Profesional de Limón

# Antología de matemática de noveno año

**Nombre del estudiante:** _____

**Sección:** _____

Dean Jara Mairena

Docente en matemática

Colegio Técnico Profesional de Limón

LIVEWORKSHEETS

## Contenido

**Presentación** ..... 2

**Relaciones y algebra** ..... 3

**Expresiones algebraicas cuadráticas** ..... 3

**Conceptos claves** ..... 6

***Expresiones algebraicas de la forma:*** $y = ax2 + bx + c$. ..... 6

***Representación tabular*** ..... 7

***Representación grafica*** ..... 7

**Trabajo Cotidiano#1** ..... 10



LIVEWORKSHEETS

## Presentación

En esta unidad didáctica nació por la necesidad detectada en los estudiantes generales en la compresión de los conceptos de relaciones y algebra, especialmente en el algebra que son concepto demasiado abstracto y es de sumar importancia para comprender todo lo relacionado con la función cuadrática.

El publico meta de esta antología son para los estudiantes de noveno año de la Educación General básica de Costa Rica, además colegas docentes que ocupen el material para impartir sus clases, pero cualquier persona interesada de aprender sobre el tema tratados de esta unidad didáctica sobre relaciones y algebra especialmente en el tema funciones cuadráticas.

El objetivo principal de este entorno es la creación de una unidad didáctica que funcione en forma digital y en forma física para mejorar la compresión de los conceptos abstractos de la función cuadrática a través de teoría de fácil compresión, ejemplos con representaciones visuales y con ejercicios para interiorizar los conceptos.

En el siguiente cuadro se resumirá las habilidades que contendrá esta unidad didáctica

Habilidades especificas:

1. Identificar situaciones dadas que pueden ser expresadas algebraicamente en la forma $y = ax^2 + bx + c$
2. Representar tabular, algebraica y gráficamente una función cuadrática.
3. Trazar la gráfica de una función cuadrática cuyo criterio es $y = ax^2 + bx + c$



LIVEWORKSHEETS

# Relaciones y algebra

**Expresiones algebraicas cuadráticas**

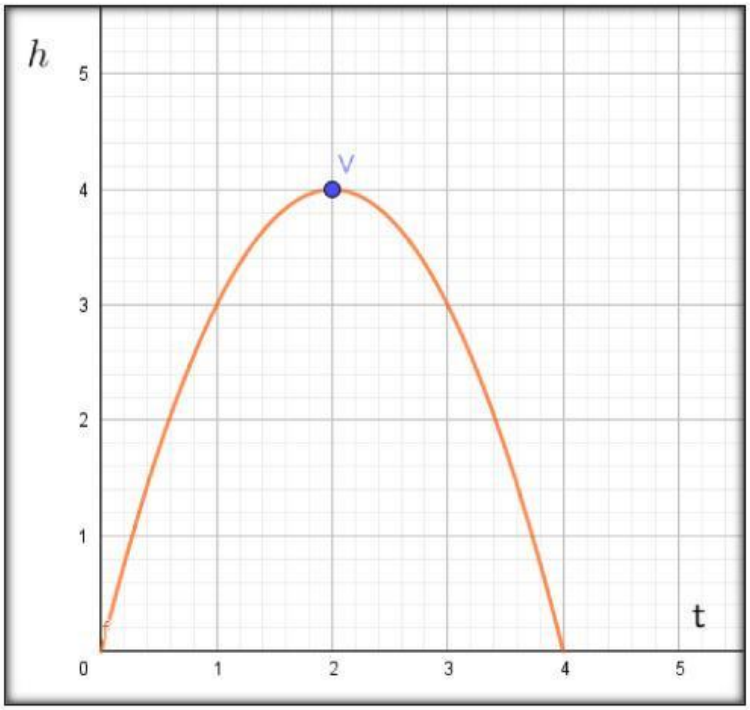
**<u>Problema introductorio:</u>**

**Analice la siguiente situación que muestra el concurso de lanzamiento de pelota**

**Lanzamiento de una pelota**

Los estudiantes de un grupo de noveno año realizaron un concurso denominado "lanzamiento de pelota" el concurso consiste que el estudiante lance una pelota haciéndola rebotar en el suelo, cada estudiante tendrá 3 tiros, y el estudiante ganador es el que logre la mayor altura sumando los tres intentos. Se observa en cada uno de los intentos la pelota tiene un movimiento uniforme acelerado y su altura está dada por la formula

$h(t) = 4t - t^2$, donde $h$ es la atura en metros y $t$ es el tiempo en segundos que la pelota pertenece en el aire.






LIVEWORKSHEETS

Nota: En el siguiente código QR se puede observar la gráfica en una forma más clara.

**De acuerdo con la información anterior responda las siguientes preguntas**

a) ¿Cuál es la altura máxima que puede alcanzar la pelota?

b) ¿Cuál fue el tiempo transcurrido para que la pelota alcanzara la máxima altura?

c) Indique el tiempo en dos ocasiones que la pelota alcance la misma altura

d) ¿Cuánto tarda la pelota en descender desde su altura máxima?

e) ¿Cuántos segundos después de lanzada la pelota volvió a tocar suelo?



LIVEWORKSHEETS

f) ¿Cuál es la máxima altura con la que puede ganar un participante? Considere que son tres tiros.

g) ¿Qué otras situaciones pueden ser representadas de esta forma?



LIVEWORKSHEETS

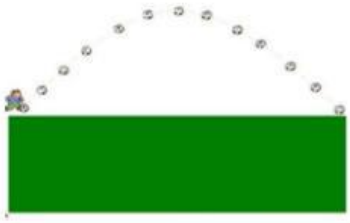
**Conceptos claves**

***Expresiones algebraicas de la forma:*** $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$.

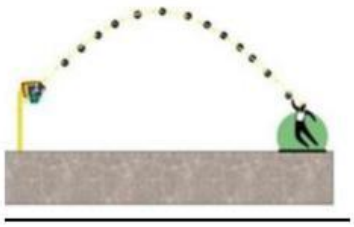
La expresión algebraica $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$, es utilizada para modelar diferentes situaciones que surgen en múltiples áreas o campos que simulan el crecimiento hasta alcanzar un punto máximo o bien, el decrecimiento hasta alcanzar un punto mínimo. Por ejemplo: el lanzamiento de objetos, la productividad de una compañía y el cálculo de áreas de algunas figuras geométricas, entre otros.

En la natación:

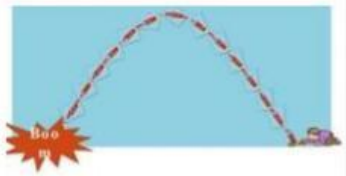
En el futbol



En el baloncesto



En la proyección de proyectiles



Observe que es una expresión cuadrática, donde los coeficientes $\boldsymbol{a, b, c}$ son valores reales, con la excepción de que $\boldsymbol{a}$ debe ser diferente de 0, lo cual se denota de la siguiente manera: $\boldsymbol{a, b, c} \in \mathbb{R}, \ \boldsymbol{con} \ \boldsymbol{a \neq 0}$.

**Ejemplos:**

- La temperatura máxima en un día se puede calcular mediante la expresión:

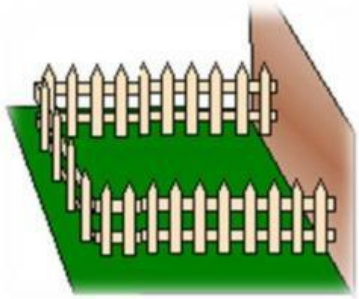
$$\boldsymbol{T(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x + 10}$$



LIVEWORKSHEETS

- El área máxima de un terreno rectangular con 110 metros de malla:

$$A(x) = x^2 + 55x$$



***Representación tabular***

La información numérica que puede obtenerse a través de una situación problema que representa una expresión cuadrática, puede ser representada de forma tabular, a través de pares ordenados de la forma $(x, y)$, que se obtienen de la expresión: $y = ax^2 + bx + c$.

**Por ejemplo:**

Utilicemos la situación problema inicial, la expresión que la describe es: $h(t) = 4t - t^2$, donde $h$ es la atura en metros y $t$ es el tiempo en segundos que la pelota pertenece en el aire. Construyamos la representación tabular:

| Tiempo (t) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Altura (h) | 0 | 3 | 4 | 3 | 0 |

Y los pares ordenas que se obtienen son:

***Representación grafica***

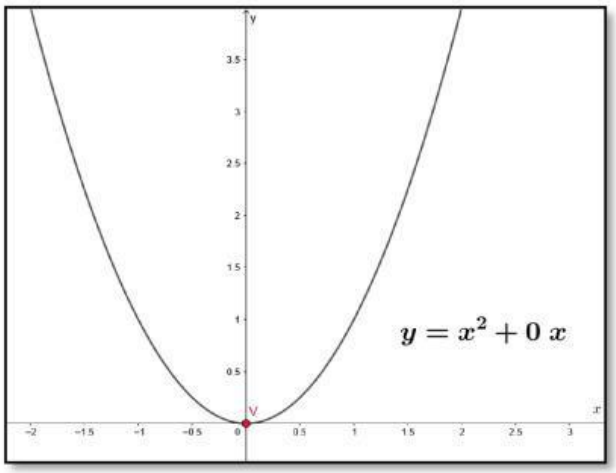
Es la representación más concreta, se realiza en el plano cartesiano y se utiliza los pares ordenados que se obtiene en la representación tabular, en esta representación se puede observas diversas características que poseen la expresión



LIVEWORKSHEETS

$\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$.

- Tiene un punto máximo y mínimo dependiendo su forma.
- Es simétrica.
- Se puede observar las intersecciones con los ejes coordenados.




En la siguiente grafica representada en el código QR se puede observar las diferentes características.

scan me

**Ejemplo#1**

Analice el siguiente problema

| |
|---|
| Carlitos tira una pelota de tenis desde la segunda planta de un edificio cuya distancia desde el segundo piso al suelo es de 4 metros, el recorrido de la pelota está modelado por la fórmula $\boldsymbol{h(t) = -t^2 + 4}$, donde $\boldsymbol{h(t)}$ representa la altura en metros y donde $\boldsymbol{t}$ representa el tiempo en segundo. Carlitos se plantea cuantos en tiempo en segundo tardó la pelota en llegar al piso. |



LIVEWORKSHEETS

De acuerdo con la información anterior, responda las siguientes preguntas

1. ¿Qué valores podría tomar la variable $\boldsymbol{t}$, para que resuelva el problema que se presenta.

2. ¿Se pueden representar los datos de manera tabular?

   Complete el siguiente cuadro

| Tiempo $\boldsymbol{t}$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Altura $\boldsymbol{h(t)}$ | 4 | 2 | 4 |

**Procedimiento:**

$\boldsymbol{h(0) = -0^2 + 4 = 0 + 4 = 4}$

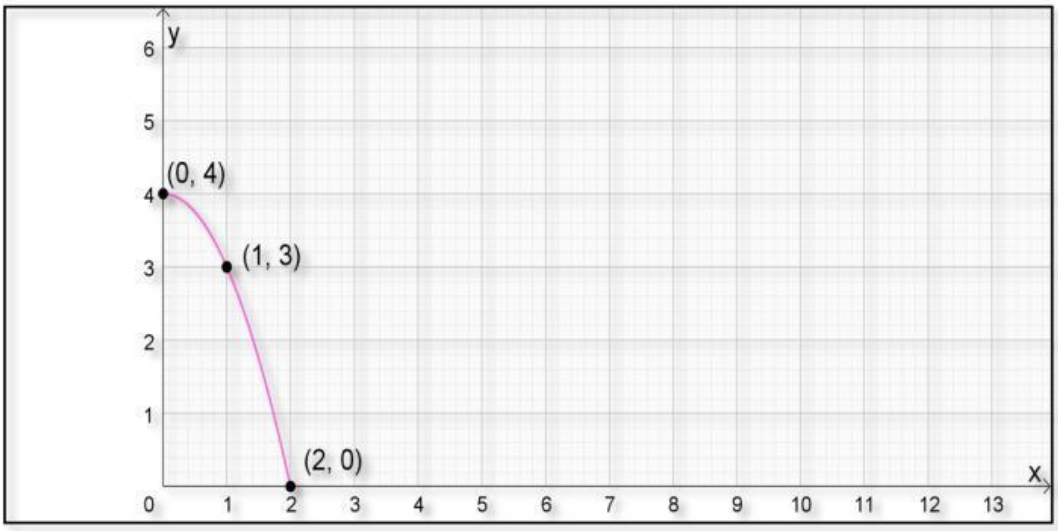
$\boldsymbol{h(1) = -1^2 + 4 = -1 + 4 = 3}$

$\boldsymbol{h(2) = -2^2 + 4 = -4 + 4 = 0}$



LIVEWORKSHEETS

3. Elabore la gráfica de la función modelada solamente usando el primer cuadrante




**Trabajo Cotidiano#1**

Represente en forma tabular y en forma gráfica las siguientes expresiones algebraicas.

**1)** $y = -x^2 + 4x - 3$ tome $x = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

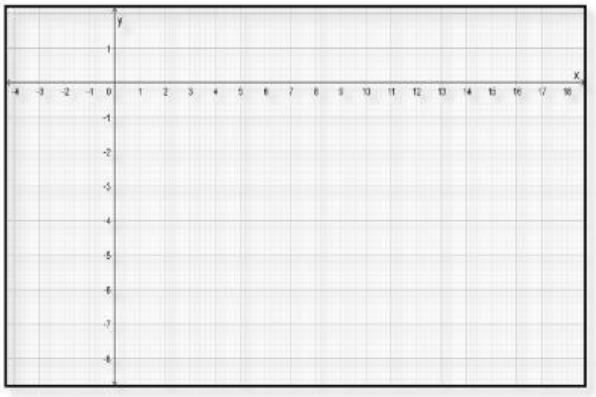
Representación tabular

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | | | | | | |
| $y$ | | | | | | | |

Representación gráfica.



LIVEWORKSHEETS

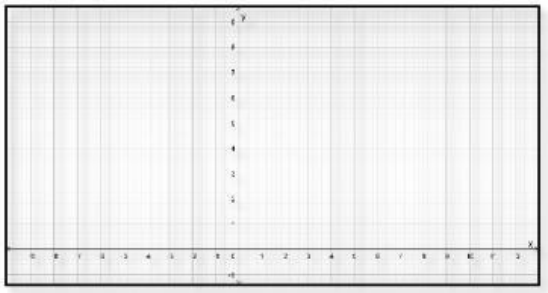


**2)** $y = 4x^2 + 8x + 4$ , evalúe en $x = -3, x = -2, x = -1, x = 0$

Representación tabular

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | | | | |
| $y$ | | | | |

Representación gráfica

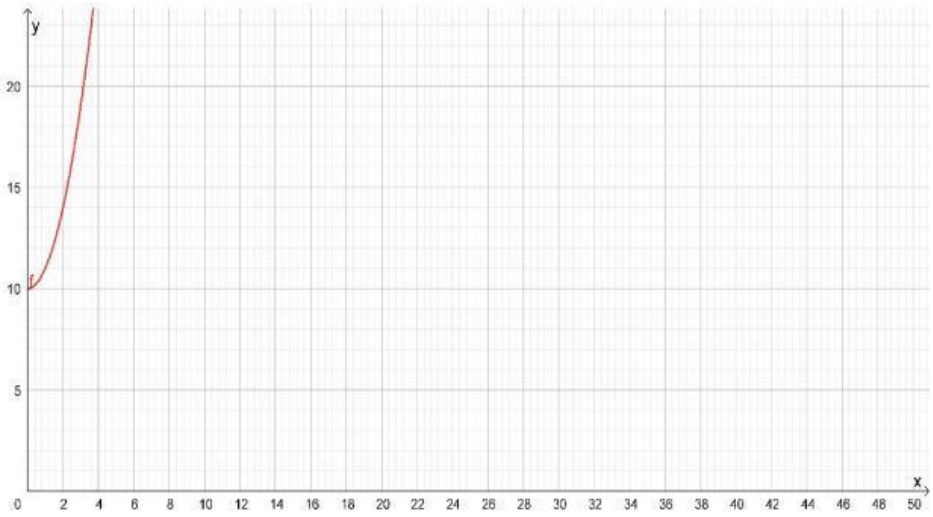


**Resuelva los siguientes problemas**

1. En una sastrería en el centro de Naranjo, se determinó que el costo de producción (en colones) está en función de la cantidad de prendas producidas durante un periodo, y este costo está modelado por la función $C(x) = x^2 + 10$ , donde $x$ representa la cantidad de prenda producida y $c(x)$ es el costo de producción.



LIVEWORKSHEETS




De acuerdo con la información anterior, responda las siguientes preguntas

a) ¿Cuál sería el costo de la sastrería si en un mes no elabora ninguna prenda?

b) A continuación, se presenta la información sobre las prendas producidas en II trimestre en el año 2022.

| Mes | Cantidad de prendas producidas |
|---|---|
| Abril 2022 | 1000 |
| Mayo 2022 | 1005 |
| Junio 2022 | 995 |

Calcule el costo de producción de la compañía, representarlo en forma tabular

| $x$ | | | |
|---|---|---|---|
| $c(x)$ | | | |

c) Tomando como referencia la cantidad de camisas producidas en el mes de mayo del 2022 y cada camisa se vende en 5000 colones, ¿la sastrería obtiene ganancia?



LIVEWORKSHEETS

2. Una exportadora de mineral refinado para calcular su ingreso utiliza la siguiente fórmula $\boldsymbol{I(x) = 4x^2 - 4}$, donde $\boldsymbol{x}$ representa la cantidad de mineral vendido y $\boldsymbol{I(x)}$ representa la cantidad en miles de dólares de ganancia obtenidos por cada cantidad de tonelada vendida.

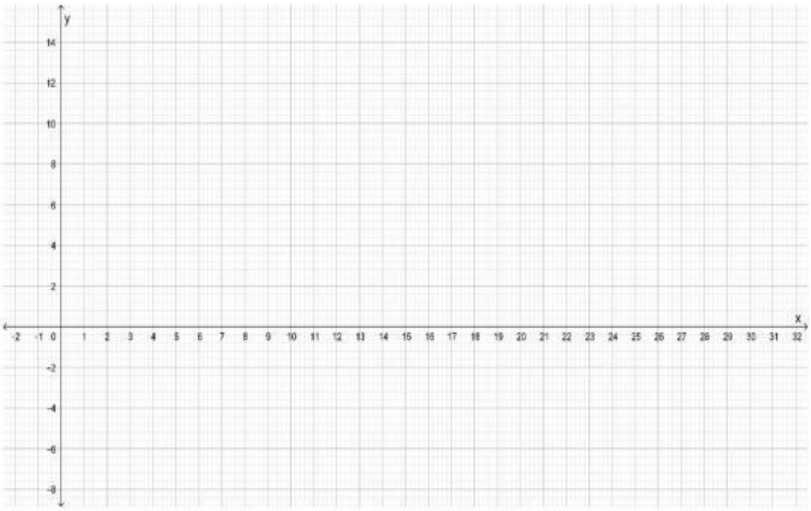
**De acuerdo con la información anterior, responda las siguientes preguntas.**

a) Si la exportadora del mineral refinado en un mes no logro realizar ninguna venta, ¿La empresa obtendría ganancia o pérdida? Justifique su respuesta.

b) Durante en el último trimestre del año 2020 la exportadora logro colocar en el mercado las siguientes cantidades: en octubre vendió 1 tonelada, mientras en noviembre vendió 2 toneladas y en el último mes vendió 4 toneladas. Construya la representación tabular, de acuerdo con los datos dados.

| $\boldsymbol{x}$ | | | |
|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{I(x)}$ | | | |

c) Elabore la representación gráfica que modela la ganancia de la exportadora






LIVEWORKSHEETS

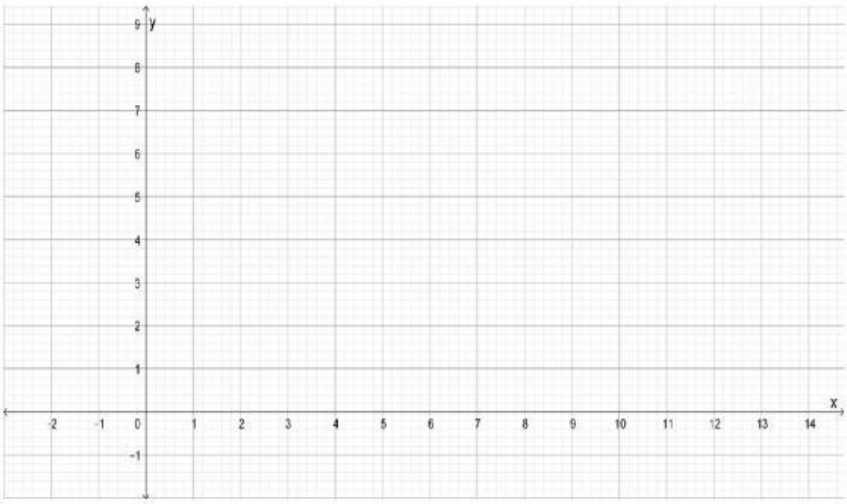
3. La siguiente tabla proporciona algunos datos sobre cierto medicamento, donde su nivel de efectividad varía al transcurrir el tiempo después de ser suministrado al paciente. Esta situación esta modelada por $\boldsymbol{c(t) = -t^2 + 6t}$, donde $\boldsymbol{c(t)}$ representa el nivel de efectividad del medicamento y $\boldsymbol{t}$ representa el tiempo en horas desde que se aplicó el medicamento.

| $\boldsymbol{t}$ | 0 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{c(t)}$ | 0 | 8 | 8 | 0 |

Con base a la información anterior responda las siguientes preguntas

a) A las tres horas de aplicado el medicamento, ¿Cuál es el nivel de efectividad?

b) Elabore la representación gráfica que representa la relación entre el tiempo y la efectividad del medicamento




c) Si se le suministra el medicamento al paciente a la media noche, ¿A qué hora pierde el efecto el medicamento?



LIVEWORKSHEETS