LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LKPD MATEMATIKA

Sistem Persamaan linear Tiga Variabel (SPLTV)

Kelas :

Nama Anggota Kelompok :

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____



X

(Sepuluh)

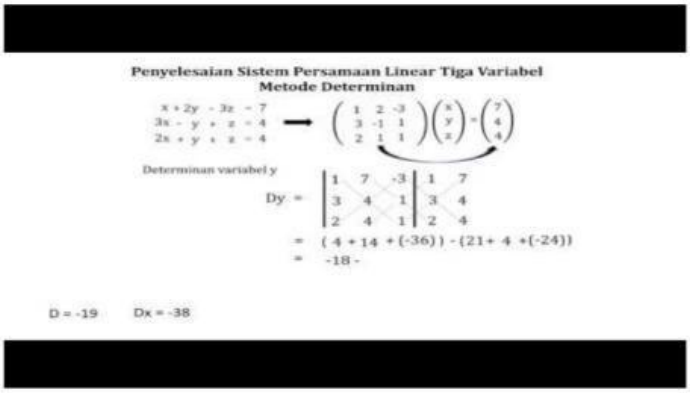
Semester 1/Ganjil

LIVEWORKSHEETS

C. Materi

Sebelum menjawab soal, mari kita simak dan pahami materi dengan baik agar dapat menemukan solusi yang tepat dan efektif.





C. Permasalahan 1

Andi, Budi dan Candra pergi ke toko alat tulis. Mereka membeli tiga jenis barang, yaitu buku tulis, pulpen dan penggaris. Andi membeli 2 buku tulis, 1 pulpen dan 3 penggaris lalu ia membayar Rp19.500,00. Budi membeli 3 buku tulis, 2 pulpen dan 1 penggaris dengan membayar Rp24.000,00. Candra membeli 1 buku tulis, 2 pulpen dan 2 penggaris dengan membayar Rp16.000,00. Tentukan masing-masing harga buku, pulpen dan penggaris di toko tersebut?

LIVEWORKSHEETS

Tahap penyelesaian

- **Metode Eliminasi**

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:
x = Harga 1 Buah Buku Tulis
y = Harga 1 Buah
z = Harga 1 Buah
Model Matematika:

➢ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500
$2x + y + 3z = 19.500$ .....(1)

➢ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000
$3x + 2y + z = 24.000$ .....(2)

➢ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000
$x + 2y + 2z = 16.000$ .....(3)

Langkah 2

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (2) dan (3)

$3x + 2y + z = 24.000$
$x + 2y + 2z = 16.000$ —
$2x - z = 8.000$
$2x - z = 8.000$ .....(4)

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (1) dan (2)

$2x + y + 3z = 19.500 \times \mathbf{2}$
$3x + 2y + z = 24.000 \times \mathbf{1}$

$4x + 2y + 6z = 39.000$ —
$3x + 2y + z = 24.000$
$x + 5z = 15.000$
$x + 5z = 15.000$.....(5)

LIVEWORKSHEETS

Langkah 3

Mengeliminasi variabel z pada persamaan (4) dan (5)

$x + 5z = 15.000 \times \mathbf{1}$
$2x - z = 8.000 \times \mathbf{5}$
$x + 5z = 15.000$
$10x - 5z = 40.000$ +
$11x = 55.000$
$x = \frac{55.000}{11}$
$x = 5.000$

Langkah 4

Eliminasi y pada persamaan (2) dan persamaan (3)

$x + 5z = 15.000 \times \mathbf{2}$
$2x - z = 8.000 \times \mathbf{1}$
$2x + 10z = 30.000$
$2x - z = 8.000$ −
$11z = 22.000$
$z = \frac{22.000}{11}$
$z = 2.000$

Langkah 5

Eliminasi variabel x (untuk mencari y)

Persamaan (1) dan (3)

$2x + y + 3z = 19.500 \times \mathbf{1}$
$x + 2y + 2z = 16.000 \times \mathbf{2}$
$2x + y + 3z = 19.500$
$2x + 4y + 4z = 32.000$ −
$-3y - z = -12.500$ −
$3y + z = 12.500$.....(6)

LIVEWORKSHEETS

Eliminasi variabel x (untuk mencari y)
Persamaan (2) dan (3)

$3x + 2y + z = 24.000 \times 1$
$x + 2y + 2z = 16.000 \times 3$
$3x + 2y + z = 24.000$
$3x + 6y + 6z = 48.000$ —
$-4y - 5z = -24.000$ × -1
$4y + 5z = 24.000$ ……(7)

Langkah 6
Eliminasi variabel z (untuk mencari y)
Persamaan (6) dan (7)

$3y + z = 12.500 \times 5$
$4y + 5z = 24.000 \times 1$
$15y + 5z = 62.500$
$4y + 5z = 24.000$
$11y = 38.500$ —
$y = \frac{38.500}{11}$
$y = 3.500$

Kesimpulan

Didapatkan:
x = Harga Buku = 5.000
y = Harga Pulpen = 3.500
z = Harga Penggaris = 2.000

LIVEWORKSHEETS

- **Metode Substitusi**

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:
x = Harga 1 Buah Buku Tulis
y = Harga 1 Buah
z = Harga 1 Buah
Model Matematika:

➢ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500
$2x + y + 3z = 19.500$ .....(1)

➢ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000
$3x + 2y + z = 24.000$ .....(2)

➢ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000
$x + 2y + 2z = 16.000$ .....(3)

Langkah 2

Pilih satu persamaan sederhana dari persamaan (1), (2) atau (3), kemudian nyatakan x sebagai fungsi y dan z, atau y sebagai fungsi x dan z, atau z sebagai fungsi x dan y.

$x + 2y + 2z = 16.000$ .....(3)
$x = 16.000 - 2y - 2z$ .....(4)

Langkah 3

Subtitusikan y atau x atau z yang diperoleh dari langkah kedua ke persamaan lainnya sehinggga didapat persamaan dua variabel.
Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (1)

$2x + y + 3z = 19.500$ .....(1)
$2(16.000 - 2y - 2z) + y + 3z = 19.500$
$32.000 - 4y - 4z + y + 3z = 19.500$
$-3y - z = 19.500 - 32.000$
$-3y - z = -12.500$
$3y + z = 12.500$
$z = 12.500 - 3y$.....(5)

LIVEWORKSHEETS

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (2)

$3x + 2y + z = 24.000$ .....(2)
$3(16.000 - 2y - 2z) + 2y + z = 24.000$
$48.000 - 6y - 6z + 2y + z = 24.000$
$-4y - 5z = 24.000 - 48.000$
$-4y - 5z = -24.000$
$4y + 5z = 24.000$ .....(6)

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (6)

$4y + 5z = 24.000$ .....(6)
$4y + 5(12.500 - 3y) = 24.000$
$4y + 62.500 - 15y = 24.000$
$-11y = 24.000 - 62.500$
$-11y = -38.500$
$11y = 38.500$
$y = \frac{38.500}{11}$
$y = 3.500$

Langkah 4

Substitusikan nilai y ke persamaan (5)

$z = 12.500 - 3y$.....(5)
$z = 12.500 - 3(3.500)$
$z = 12.500 - 10.500$
$z = 2.000$

Langkah 5

Substitusikan nilai y dan z ke persamaan (3)

$x + 2y + 2z = 16.000$ .....(3)
$x + 2(3.500) + 2(2.000) = 16.000$
$x + 7.000 + 4.000 = 16.000$
$x + 11.000 = 16.000$
$x = 16.000 - 11.000$
$x = 5.000$

LIVEWORKSHEETS

Kesimpulan

Didapatkan:
x = Harga Buku = 5.000
y = Harga Pulpen = 3.500
z = Harga Penggaris = 2.000

- **Metode Campuran**

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:
x = Harga 1 Buah Buku Tulis
y = Harga 1 Buah
z = Harga 1 Buah
Model Matematika:
➢ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500
$2x + y + 3z = 19.500$ .....(1)
➢ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000
$3x + 2y + z = 24.000$ .....(2)
➢ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000
$x + 2y + 2z = 16.000$ .....(3)

Langkah 2

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (2) dan (3)

$3x + 2y + z = 24.000$
$x + 2y + 2z = 16.000$ —
$2x - z = 8.000$
$2x - z = 8.000$ .....(4)

LIVEWORKSHEETS

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (1) dan (2)

$2x + y + 3z = 19.500 \times \mathbf{2}$
$3x + 2y + z = 24.000 \times \mathbf{1}$

$4x + 2y + 6z = 39.000$ —
$3x + 2y + z = 24.000$
$x + 5z = 15.000$
$x + 5z = 15.000$……(5)

Langkah 3

Mengeliminasi variabel z pada persamaan (4) dan (5)

$x + 5z = 15.000 \times \mathbf{1}$
$2x - z = 8.000 \times \mathbf{5}$
$x + 5z = 15.000$
$10x - 5z = 40.000$ —
$11x = 55.000$
$x = \frac{55.000}{11}$
$x = 5.000$

Langkah 4

Substitusikan nilai x ke persamaan (5)

$x + 5z = 15.000$……(5)
$5.000 + 5z = 15.000$
$5z = 15.000 - 5.000$
$5z = 10.000$
$z = \frac{10.000}{5}$
$z = 2.000$

LIVEWORKSHEETS

Langkah 5

Substitusikan nilai x dan z ke persamaan (3)

$x + 2y + 2z = 16.000$ ……(3)
$5.000 + 2y + 2(2.000) = 16.000$
$5.000 + 2y + 4.000 = 16.000$
$2y + 9.000 = 16.000$
$2y = 16.000 - 9.000$
$2y = 7.000$
$y = \frac{7.000}{2}$
$y = 3.500$

Kesimpulan

Didapatkan:
x = Harga Buku = 5.000
y = Harga Pulpen = 3.500
z = Harga Penggaris = 2.000

• Metode Determinan

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:
x = Harga 1 Buah Buku Tulis
y = Harga 1 Buah
z = Harga 1 Buah
Model Matematika:
➢ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500
$2x + y + 3z = 19.500$ ……(1)
➢ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000
$x + y + z =$ ……(2)
➢ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000
$x + y + z =$ ……(3)

LIVEWORKSHEETS

Langkah 2

Mengubah SPLTV ke bentuk matriks

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 19.500 \\ 24.000 \\ 16.000 \end{vmatrix}$$

Langkah 3

Menentukan nilai D

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

D = [(2) (2) (2) + (1) (1) (1) + (3) (3) (2)] - [(1) (2) (3)+ (2)(1) (2) +(2) (3) (1)]

D = [8 + 1 + 18] - [6 + 4 + 6]

D = [27] - [16]

D = 11

Langkah 4

Menentukan nilai Dx

$$Dx = \begin{vmatrix} 19.500 & 1 & 3 \\ 24.000 & 2 & 1 \\ 16.000 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 19.500 & 1 \\ 24.000 & 2 \\ 16.000 & 2 \end{matrix}$$

Dx = [(19.500) (2) (2) + (1) (1) (16.000) + (3) (24.000) (2)] - [(16.000) (2) (3) + (2)(1) (19.500) +(2) (24.000) (1)]

Dx = [78.000 + 16.000 + 144.000] - [96.000 + 39.000 + 48.000]

Dx = [238.000] - [183.000]

Dx = 55.000

LIVEWORKSHEETS

Langkah 5

Menentukan nilai Dy

$$Dy = \begin{vmatrix} 2 & 19.500 & 3 & 2 & 19.500 \\ 3 & 24.000 & 1 & 3 & 24.000 \\ 1 & 16.000 & 2 & 1 & 16.000 \end{vmatrix}$$

Dy = [(2) (24.000) (2) + (19.500) (1) (1) + (3) (3) (16.000)] - [(1) (24.000) (3) + (16.000)(1) (2) +(2) (3) (19.500)]

Dx = [96.000+ 19.500 + 144.000] - [72.000 + 32.000 + 117.000]

Dx = [259.500] - [221.000]

Dx = 38.500

Langkah 6

Menentukan nilai Dz

$$Dz = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 19.500 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 24.000 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 16.000 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Dz = [(2) (2) (16.000) + (1) (24.000) (1) + (19.500) (3) (2)] - [(1) (2) (19.500) + (2) (24.000) (2) + (16.000) (3) (1)]

Dz = [64.000 + 24.000 + 117.000] - [39.000 + 96.000 + 48.000]

Dz = [205.000] - [183.000]

Dz = 22.000

Langkah 7

Menentukan nilai x, y, dan z

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{55.000}{11} = 5.000$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{38.500}{11} = 3.500$$

$$z = \frac{Dz}{D} = \frac{22.000}{11} = 2.000$$

LIVEWORKSHEETS

Kesimpulan

Didapatkan:
x = Harga Buku = 5.000
y = Harga Pulpen = 3.500
z = Harga Penggaris = 2.000

LIVEWORKSHEETS