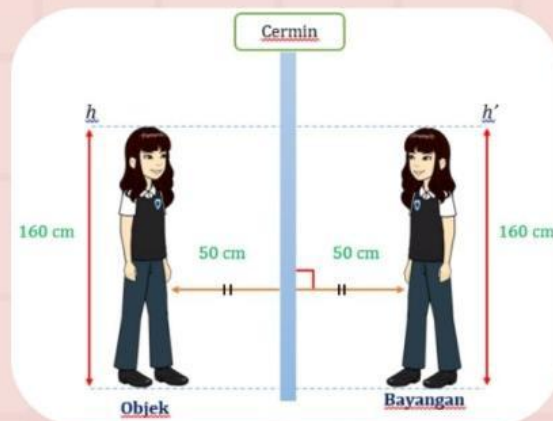
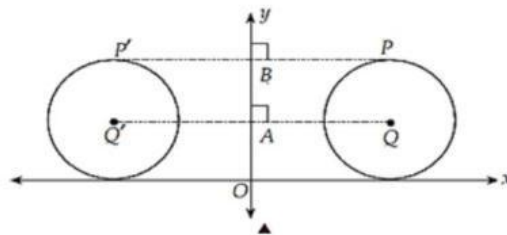


## 2. REFLEKSI (PENCERMINAN)



**Refleksi atau pencerminan adalah** perpindahan titik suatu objek pada bidang sesuai dengan sifat pembentukan bayangan pada cermin datar. Pada prinsipnya, refleksi hampir sama dengan translasi, yaitu pergeseran. Hanya saja, pada refleksi memiliki sifat-sifat tertentu sedemikian sehingga posisi akhir objeknya merupakan hasil pencerminan objek awalnya. Sekarang perhatikan lingkaran  $Q$  yang dicerminkan terhadap sumbu- $y$  berikut ini.



Dari gambar tersebut, kalian dapat mengatakan bahwa:

- Lingkaran  $Q$  kongruen dengan bayangannya, yaitu lingkaran  $Q'$ .
- Jarak setiap titik pada lingkaran  $Q$  ke cermin sama dengan jarak setiap titik bayangannya ke cermin, yaitu  $QA = Q'A$  dan  $PB = P'B$ .
- Sudut yang dibentuk oleh cermin dengan garis yang menghubungkan setiap titik ke bayangannya adalah sudut siku-siku.

## Berikut sifat-sifat refleksi

- Jarak antara titik awal objek ke cermin sama dengan jarak titik akhir objek ke cermin.
- -Garis penghubung antara objek awal dan akhirnya selalu tegak lurus cermin. Jika dicerminkan terhadap sumbu- $x$ , maka garis penghubungnya tegak lurus terhadap sumbu- $x$ . Jika dicerminkan terhadap sumbu- $y$ , garis penghubungnya juga tegak lurus terhadap sumbu- $y$ .
- -Sumbu- $x$  atau sumbu- $y$  dianalogikan sebagai cermin atau pusat refleksi.

Refleksi bisa dilakukan terhadap sumbu- $x$  maupun sumbu- $y$ . Pada refleksi ini, sumbu- $x$  atau sumbu- $y$  bisa dianalogikan sebagai cermin. **Persamaan umum refleksi dinyatakan sebagai berikut.**

| No. | Pencerminan Terhadap | Titik Koordinat Bayangan |
|-----|----------------------|--------------------------|
| 1.  | Sumbu $x$            | $(x, -y)$                |
| 2.  | Sumbu $y$            | $(-x, y)$                |
| 3.  | Titik Asal $O(0, 0)$ | $(-x, -y)$               |
| 4.  | Garis $y = x$        | $(y, x)$                 |
| 5.  | Garis $y = -x$       | $(-y, -x)$               |
| 6.  | Garis $y = h$        | $(2h - x, y)$            |
| 7.  | Garis $y = k$        | $(x, 2k - y)$            |

Atau bisa dijabarkan seperti berikut ini:



## REFLEKSI TERHADAP SUMBU X

Titik  $A(x,y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  menghasilkan bayangan  $A'(x',y')$  ditulis dengan

$$A(x,y) \xrightarrow{M_x} A'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

### Contoh 1

Jika titik  $B(2, 5)$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  maka bayangan titik B adalah ...

#### Pembahasan

$$B(2,5) \xrightarrow{M_x} B'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Lakukan perkalian matriks}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B adalah  $B'(2, -5)$

### Contoh 2

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

#### Pembahasan

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $3x - 2y - 5 = 0$  sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_x} A'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x \rightarrow x = x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi  $x = x'$  dan  $y = -y'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(x') - 2(-y') - 5 = 0$$

$$3x' + 2y' - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis  $l$  adalah

$$3x + 2y - 5 = 0$$

## REFLEKSI TERHADAP SUMBU Y

Titik  $A(x,y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  menghasilkan bayangan  $A'(x',y')$  ditulis dengan

$$A(x,y) \xrightarrow{M_y} A'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

### Contoh 1

Jika titik  $A(-4, -3)$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  maka bayangan titik  $A$  adalah ...

#### Pembahasan

$$A(-4, -3) \xrightarrow{M_y} A'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Lakukan perkalian matriks}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $A$  adalah  $A'(4, -3)$

### Contoh 2

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

#### Pembahasan

Misal titik  $A(x,y)$  memenuhi persamaan

$$3x - 2y - 5 = 0 \text{ sehingga}$$

$$A(x,y) \xrightarrow{M_y} A'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

Substitusi  $x = -x'$  dan  $y = y'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(-x') - 2(y') - 5 = 0$$

$$-3x' - 2y' - 5 = 0$$

$$3x + 2y + 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis  $l$  adalah

$$3x + 2y + 5 = 0$$

## REFLEKSI TERHADAP TITIK ASAL O (0, 0)

Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap titik asal  $O(0,0)$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

### Contoh 1

Jika titik  $A(-4, -3)$  dicerminkan terhadap titik asal  $O(0, 0)$  maka bayangan titik  $A$  adalah ...

#### Pembahasan

$$A(-4, -3) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $A$  adalah  $A'(4, 3)$

### Contoh 2

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap titik asal  $O(0, 0)$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

#### Pembahasan

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan

$3x - 2y - 5 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi  $x = -x'$  dan  $y = -y'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(-x') - 2(-y') - 5 = 0$$

$$-3x' + 2y' - 5 = 0$$

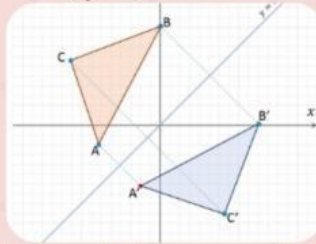
Jadi persamaan bayangan garis  $l$  adalah

$$-3x' + 2y' - 5 = 0$$

## REFLEKSI TERHADAP GARIS $y = x$

Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



### Contoh 1

Jika titik  $P(-5, 4)$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  maka bayangan titik  $P$  adalah ...

#### Pembahasan

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(4, -5)$

### Contoh 2

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

#### Pembahasan

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $3x - 2y - 5 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y') \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = y \rightarrow y = x'$$

$$y' = x \rightarrow x = y'$$

Substitusi  $x = y'$  dan  $y = x'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(y') - 2(x') - 5 = 0$$

$$3y' - 2x' - 5 = 0$$

$$-2x' + 3y' - 5 = 0$$

$$-2x + 3y - 5 = 0$$

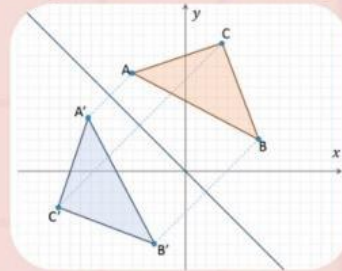
Jadi persamaan bayangan garis  $l$  adalah

$$-2x + 3y - 5 = 0$$

## REFLEKSI TERHADAP GARIS $y = -x$

Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



### Contoh 1

Jika titik  $P(-5, 4)$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  maka bayangan titik  $P$  adalah

#### Pembahasan

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(-4, 5)$

### Contoh 2

Jika garis  $g: 4x - 3y + 11 = 0$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

#### Pembahasan

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $4x - 3y + 11 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -y \rightarrow y = -x'$$

$$y' = -x \rightarrow x = -y'$$

Substitusi  $x = -y'$  dan  $y = -x'$  ke persamaan garis  $l$

$$4x - 3y + 11 = 0$$

$$4(-y') - 3(-x') + 11 = 0$$

$$-4y' + 3x' + 11 = 0$$

$$3x' - 4y' + 11 = 0$$

$$3x - 4y + 11 = 0$$

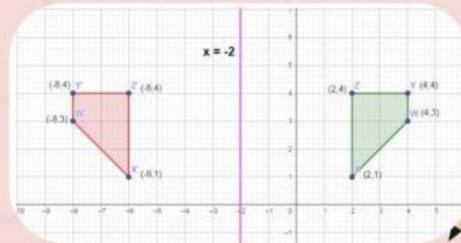
Jadi persamaan bayangan garis  $g$  adalah

$$3x - 4y + 11 = 0$$

## REFLEKSI TERHADAP GARIS $x = h$

Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $x = h$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$



### Contoh

Jika titik  $P(5, 2)$  dicerminkan terhadap garis  $x = 2$  maka bayangan titik  $P$  adalah ...

### Pembahasan

$$P(5, 2) \xrightarrow{M_{x=2}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 + 4 \\ 2 + 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(-1, 2)$

## REFLEKSI TERHADAP GARIS $x = k$

Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = k$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=k}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$

### Contoh

Jika titik  $P(5, 2)$  dicerminkan terhadap garis  $y = 2$  maka bayangan titik  $P$  adalah ...

### Pembahasan

$$P(5, 2) \xrightarrow{M_{y=2}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 0 \\ -2 + 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(5, 2)$



# LATIHAN

