

DAHLIA AMARI, S.PD.

Lembar Kerja Peserta Didik



LKPD

DETERMINAN MATRIKS

Nama :

.....

Kelas :

.....



**LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
(LKPD)
DETERMINAN MATRIKS BERORDO 2X2**

A. Petunjuk Belajar

Sebelum mengerjakan LKPD ini, baca dan fahami petunjuk belajar berikut.

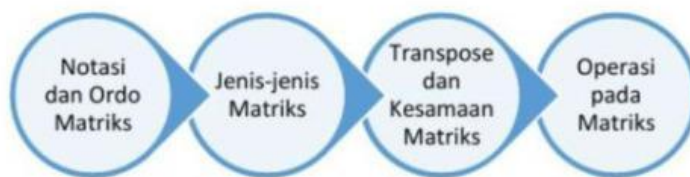
1. Baca dan kerjakan setiap kegiatan LKPD ini dengan cermat
2. Diskusikanlah bersama teman sekelompokmu, sehingga diperoleh jawaban yang tepat dan setiap anggota dapat mengerti
3. Bertanyalah kepada guru bila ada hal-hal yang kurang jelas atau mengalami kesulitan dalam mengerjakan LKPD

B. Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dengan pendekatan saintifik dan model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) serta mengintegrasikan TPACK dan Hots berbantuan bahan ajar dan LKPD peserta didik secara disiplin dan bertanggung jawab dapat menentukan determinan matriks ordo 2×2 , menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2×2 dengan tepat.

C. Informasi Pendukung

Untuk dapat menyelesaikan permasalahan pada LKPD ini, kamu bisa mengingat kembali materi berikut :



D. Kegiatan



Amatilah permasalahan berikut ini!

Permasalahan:

Pada hari libur, siswa kelas XI membuat janji untuk jalan-jalan ke salah satu objek wisata di Linggarjati yaitu Gedung Naskah Perundingan Linggarjatu. Mereka kemudian janjian untuk makan di salah satu warung di sana. Warung itu menyediakan Mie Ayam dan Es Cendol.

Bambang dan teman-temannya datang pertama dan memesan 3 mangkok Mie Ayam dan 2 gelas Es Cendol. Kemudian silvia dan teman-temannya datang memesan 5 mangkok Mie Ayam dan 4 gelas Es Cendol. Sebelumnya mereka membayar makanannya mereka dengan tidak melihat daftar harga menu di sana, Bambang menantang silvia untuk menebak harga satu mangkok Mie Ayam dan satu gelas Es cendol. Jika Bambang harus membayar Rp. 49.000 untuk semua pesananannya dan silvia harus membayar Rp. 85.000 untuk semua pesananannya, berapakah harga masing-masing makanan dan minuman tersebut?

Alternatif Penyelesaian :

Petunjuk : Ingat kembali materi system persamaan Linear yang sudah kamu pelajari. Buatlah persamaan linearnya dari masalah ke dalam bentuk matriks.

Misalkan, x = harga satu mangkok Mie Ayam

y = harga satu gelas es cendol

Sistem persamaan Linearnya :

$$\dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$$

$$\dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$$

Dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Analisislah bentuk umum persamaan linear tersebut dan bentuk matriknya.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(1.1)$$

Ingat kembali bagaimana menentukan himpunan penyelesaian SPLDV. Solusi dari persamaan tersebut adalah :

$$x = \frac{b_2 \cdot c_1 - b_1 \cdot c_2}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \quad \text{dan} \quad y = \frac{a_1 \cdot c_2 - a_2 \cdot c_1}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \quad \text{dengan} \quad a_1 \cdot b_2 \neq a_2 \cdot b_1 \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

Berikutnya, pahami bahwa dalam konsep matriks, nilai dari $(a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1)$ disebut sebagai determinan matriks $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$, yang dinotasikan dengan $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ atau $\det A$ dengan matriks $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$.

Oleh karena itu, nilai x dan y pada persamaan diatas, dapat ditulis menjadi :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad \text{dan} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad \text{dengan} \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \dots\dots\dots(1.3)$$

Kembali ke persamaan (1.1) dengan menerapkan persamaan (1.3), maka diperoleh x dan y :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} & \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} & \end{vmatrix}} = \frac{-}{-} = \text{---} =$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}} = \frac{-}{-} = - =$$

Jadi, didapatkan :



Ayo Menanya

Setelah kalian mengamati hasil perkalian dua matriks di atas, pertanyaan-pertanyaan apa yang ada di benak kalian?



Ayo Mengumpulkan Informasi

Selanjutnya, temukanlah sifat-sifat determinan matriks berordo 2x2 dari kegiatan berikut.

- a. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$. Tunjukkan bahwa $\det A = 0$!

Pembahasan :

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = - =$$

Sehingga terbukti benar bahwa

- b. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. Tunjukkan bahwa $\det A = a_{11} \cdot a_{22}$

Pembahasan :

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - 0 \cdot a_{21} = a_{11} \cdot a_{22}$$

Sehingga terbukti benar bahwa

- c. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ dan matriks scalar $k = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$. Tunjukkan bahwa $\det(kA) = k \cdot \det(A) = k \cdot |A|$

Pembahasan :

Tentukan dulu $k \cdot A$

$$k \cdot A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & -15 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Diperoleh :

$$|k \cdot A| = \begin{vmatrix} -10 & -15 \\ 10 & 5 \end{vmatrix} = (-10) \cdot 5 - (-15) \cdot 10 = -50 + 150 = 100$$

Selanjutnya,

jika $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, maka

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = -2 + 6 = 4$$

Jika $k = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$, maka

$$|k| = \begin{vmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = (-5) \cdot (-5) - 0 \cdot 0 = 25$$

Diperoleh $k \cdot |A| = 25 \cdot 4 = 100$

Karena $|k \cdot A| = 100$ dan $k \cdot |A| = 100$

Sehingga terbukti benar bahwa

- d. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tunjukkan bahwa $|AB| = |A| \cdot |B|$!

Pembahasan

Tentukan dulu matriks $A \cdot B$:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

Diperoleh :

$$|AB| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = - =$$

Selanjutnya tentukan $|A|$ dan $|B|$:

$$|A| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = - =$$

$$|B| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = - =$$

Diperoleh $|A| \cdot |B| = () \cdot () =$

Sehingga terbukti benar bahwa :

$$=$$

- e. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ dan transposnya matriks A^t . Tunjukkan bahwa jika $\det(A) = |A|$ dan $\det(A^t) = |A^t|$, maka $|A| = |A^t|$

Pembahasan :

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = - =$$

$$\det(A^t) = |A^t| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = - =$$

Sehingga terbukti benar bahwa

$$=$$

Tuliskan sifat-sifat determinan matriks yang kamu dapatkan dari pengamatan di atas

- 1.
- 2.
- 3.

Selanjutnya selesaikanlah permasalahan berikut ini !

Ina ingin membeli oleh-oleh khas Kuningan di sebuah gerai Oleh-oleh. Di gerai itu menyediakan banyak pilihan bentuk oleh-oleh. Ina memilih oleh-oleh dalam bentuk paket yang berisi makanan "tapai ketan" dan minuman "Jeniper". Paket 1 berisi 2 bungkus Tapai Ketan dan 3 botol Jeniper dengan harga Rp. 95.000,-. Paket 2 berisi 3 bungkus Tapai Ketan dan 4 botol Jeniper dengan harga Rp. 135.000,-. Harga Normal 1 bungkus Tapai Ketan Rp. 30.000 dan 1 botol Jeniper Rp.18.000,-. Jika Ina pada akhirnya membeli paket 2, berapakah uang yang sudah di hemat Ina untuk membeli oleh-oleh tersebut.

Alternatif Penyelesaian :

Tuliskan apa yang diketahui dari permasalahan di atas?

Misalkan :

$x = \dots \dots \dots$

$y = \dots \dots \dots$

$+$ $=$

$+$ $=$

Tuliskan apa yang ditanyakan

Penyelesaian :

$$\left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right)$$

$$x = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}} = \frac{\begin{array}{c} - \\ - \end{array}}{\begin{array}{c} - \\ - \end{array}} = \frac{}{} = $$

$$y = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}} = \frac{\begin{array}{c} - \\ - \end{array}}{\begin{array}{c} - \\ - \end{array}} = \frac{}{} = $$

Sehingga ,

Uang yang dihemat = -

= -

= -