

STUDI KASUS



Nama:

STUDI KASUS 1

Seekor lebah terbang sepanjang kurva yang merupakan perpotongan $z = x^4 + xy^3 + 12$ dengan bidang $x = 1$. Pada titik P (1, -2, 5), lebah tadi hinggap di garis singgung. Jika lebah tersebut terbang dengan lintasan garis singgung maka di titik manakah lebah itu membentur bidang xz ?



Gambarlah permukaan $z = x^4 + xy^3 + 12$ dengan menggunakan bantuan aplikasi geogebra atau sejenisnya lalu tempelkan link/gambaranya pada kolom berikut.

STUDI KASUS 1

Seekor lebah terbang sepanjang kurva yang merupakan perpotongan $z = x^4 + xy^3 + 12$ dengan bidang $x = 1$. Pada titik P (1, -2, 5), lebah tadi hinggap di garis singgung. Jika lebah tersebut terbang dengan lintasan garis singgung maka di titik manakah lebah itu membentur bidang xz ?

2

Gambarlah kurva yang merupakan perpotongan $z = x^4 + xy^3 + 12$ dengan bidang $x = 1$ dengan menggunakan bantuan aplikasi geogebra atau sejenisnya lalu tempelkan link/gambarnya pada kolom berikut.

STUDI KASUS 1

Seekor lebah terbang sepanjang kurva yang merupakan perpotongan $z = x^4 + xy^3 + 12$ dengan bidang $x = 1$. Pada titik P (1, -2, 5), lebah tadi hinggap di garis singgung. Jika lebah tersebut terbang dengan lintasan garis singgung maka di titik manakah lebah itu membentur bidang xz ?

3

Gambarlah Persamaan garis singgung kurva tersebut di titik P relatif terhadap bidang $x = 1$ dengan menggunakan bantuan aplikasi geogebra atau sejenisnya lalu tempelkan link/gambarnya pada kolom berikut.

STUDI KASUS 1

Seekor lebah terbang sepanjang kurva yang merupakan perpotongan $z = x^4 + xy^3 + 12$ dengan bidang $x = 1$. Pada titik P (1, -2, 5), lebah tadi hinggap di garis singgung. Jika lebah tersebut terbang dengan lintasan garis singgung maka di titik manakah lebah itu membentur bidang xz ?

4

Jika lintasan terbang lebah tersebut berimpit dengan garis singgung di titik P relatif dengan bidang $x = 1$, maka di titik manakah lebah itu membentur bidang xz (jelaskan jawabanmu)

STUDI KASUS 2

1

Raka adalah seorang mahasiswa prodi pendidikan matematika yang ditugaskan untuk menghitung turunan parsial kedua dari $f(x, y) = xe^y - \sin\left(\frac{x}{y}\right) + x^3y^2$, karena Raka belum terlalu paham cara menghitungnya sehingga Ia menggunakan Chat GPT untuk memperoleh jawaban. Adapun tangkapan layar jawaban dari Chat Gpt ditampilkan sebagai berikut:



Untuk mencari keempat turunan parsial kedua dari fungsi $f(x, y) = xe^y - \sin\left(\frac{x}{y}\right) + x^3y^2$, kita harus terlebih dahulu menghitung turunan parsial pertama terhadap x dan y , kemudian menghitung turunan parsial kedua dari masing-masing turunan pertama tersebut.

1. Turunan parsial pertama terhadap x :

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(xe^y - \sin\left(\frac{x}{y}\right) + x^3y^2 \right)$$
$$f_x(x, y) = e^y - \cos\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y} + 3x^2y^2$$

2. Turunan parsial pertama terhadap y :

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(xe^y - \sin\left(\frac{x}{y}\right) + x^3y^2 \right)$$
$$f_y(x, y) = xe^y - \cos\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) + 2x^3y$$

3. Turunan parsial kedua terhadap x :

$$f_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(e^y - \cos\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y} + 3x^2y^2 \right)$$
$$f_{xx}(x, y) = \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y^2} + 6xy^2$$

4. Turunan parsial kedua terhadap y :

$$f_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(xe^y - \cos\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) + 2x^3y \right)$$
$$f_{yy}(x, y) = xe^y + \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \left(\frac{2x^2}{y^3}\right) + 2x^3$$

STUDI KASUS 2

1

Raka adalah seorang mahasiswa prodi pendidikan matematika yang ditugaskan untuk menghitung turunan parsial kedua dari $f(x, y) = xe^y - \sin\left(\frac{x}{y}\right) + x^3y^2$, karena Raka belum terlalu paham cara menghitungnya sehingga Ia menggunakan Chat GPT untuk memperoleh jawaban. Adapun tangkapan layar jawaban dari Chat Gpt ditampilkan sebagai berikut:

5. Turunan parsial campuran terhadap x kemudian y :

$$f_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(e^y - \cos\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y} + 3x^2y^2 \right)$$

$$f_{xy}(x, y) = xe^y + \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{x}{y^3} + 6x^2y$$

6. Turunan parsial campuran terhadap y kemudian x :

$$f_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(xe^y - \cos\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) + 2x^3y \right)$$

$$f_{yx}(x, y) = e^y + \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y^2} + 6x^2y$$

Jadi, keempat turunan parsial kedua dari $f(x, y)$ adalah:

1. $f_{xx}(x, y) = \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y^2} + 6xy^2$

2. $f_{yy}(x, y) = xe^y + \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \left(\frac{2x^2}{y^3}\right) + 2x^3$

3. $f_{xy}(x, y) = xe^y + \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{x}{y^3} + 6x^2y$

4. $f_{yx}(x, y) = e^y + \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{y^2} + 6x^2y$

STUDI KASUS 2

2

Setelah itu, Raka mencoba membaca buku Purcell Kalkulus edisi 9, dan ternyata terdapat soal yang mirip dengan tugas yang akan dikerjakan oleh Raka, berikut tangkapan layar dari Buku.

CONTOH 5

Carilah keempat turunan parsial kedua dari

$$f(x, y) = xe^y - \sin(x/y) + x^3y^2$$

PENYELESAIAN

$$f_x(x, y) = e^y - \frac{1}{y} \cos\left(\frac{x}{y}\right) + 3x^2y^2$$

$$f_y(x, y) = xe^y + \frac{x}{y^2} \cos\left(\frac{x}{y}\right) + 2x^3y$$

$$f_{xx}(x, y) = \frac{1}{y^2} \sin\left(\frac{x}{y}\right) + 6xy^2$$

$$f_{yy}(x, y) = xe^y + \frac{x^2}{y^4} \sin\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{2x}{y^3} \cos\left(\frac{x}{y}\right) + 2x^3$$

$$f_{xy}(x, y) = e^y - \frac{x}{y^3} \sin\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{1}{y^2} \cos\left(\frac{x}{y}\right) + 6x^2y$$

$$f_{yx}(x, y) = e^y - \frac{x}{y^3} \sin\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{1}{y^2} \cos\left(\frac{x}{y}\right) + 6x^2y$$

STUDI KASUS 2

3 Berdasarkan jawaban tersebut, Raka menjadi bingung karena terdapat perbedaan hasil akhir antara jawaban dari Chat GPT dan buku.

Bantulah Raka untuk dapat mengidentifikasi manakah jawaban yang benar, tuliskan hasil identifikasi dan rekomendasi Anda di kolom berikut.

**Prodi Pendidikan Matematika
Universitas Negeri Gorontalo**