

E-LKPD

Matematika (F+) Kelas XI

Fase F

Penyusun: Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.

Determinan



Ordo 3x3

Metode Sarrus



Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dan menyelesaikan LKPD dengan bimbingan guru, peserta didik diharapkan mampu : 1). menjelaskan determinan matriks berordo 3×3 ; 2).menentukan determinan matriks berordo 3×3 ; 3). menyelesaikan masalah persamaan linear yang berkaitan dengan determinan berordo 3×3 . Sehingga peserta didik menyadari bahwa setiap masalah matematika yang berkaitan dengan materi ini memiliki solusi asalkan pembelajaran diikuti dengan disiplin, integritas tinggi, pantang menyerah, dan berserah kepada Tuhan Yang Maha Esa.

Petunjuk :

- ☞ Bacalah materi terkait dengan determinan matriks ordo 3×3 ;
- ☞ Diskusikan setiap soal pada LKPD berikut bersama teman sebangku;
- ☞ Ikuti petunjuk pada setiap aktivitas yang ada.



Aktivitas 1: Literasi

Mari simak permasalahan dalam bidang ekonomi berikut ini!

Sebuah perusahaan yang bergerak dalam bisnis pariwisata berskala internasional memiliki tiga jenis pesawat yaitu pesawat F1, F2, dan F3. Masing-masing pesawat dilengkapi dengan tiga jenis kursi yaitu kursi untuk paket kelas ekonomi, paket kelas bisnis, dan paket kelas VIP. Perusahaan tersebut di pertengahan tahun 2023 akan melakukan perjalanan wisata ke negara di kawasan Eropa. Berikut ini adalah kapasitas masing-masing pesawat dan data paket yang dipilih wisatawan yang sudah mendaftar:

Kategori kursi/paket	Kapasitas F1	Kapasitas F2	Kapasitas F3
kelas ekonomi	50	60	40
kelas bisnis	30	25	35
kelas VIP	10	5	5

Kategori kursi/paket	Jumlah Wisatawan
kelas ekonomi	350
kelas bisnis	210
kelas VIP	50

Semisal Ananda adalah orang yang bertanggungjawab menentukan jumlah pesawat terbang yang digunakan secara efisien, tentukanlah jumlah pesawat F1, F2, maupun F3 yang akan digunakan!

Penyelesaian :

Untuk menemukan solusi permasalahan di atas, Ananda dapat menyusun informasi pada tabel 1 dan 2 ke dalam sistem persamaan linear tiga variable (SPLTV).

Misalkan : x = banyaknya pesawat F1; y = banyaknya pesawat F2; z = banyaknya pesawat F3

Sistem persamaan linear yang terbentuk disusun ke dalam model matriks:

$$\begin{cases} 50x + 60y + 40z = 350 \\ 30x + 25y + 35z = 210 \\ 10x + 5y + 5z = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 50 & 60 & 40 \\ 30 & 25 & 35 \\ 10 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 \\ 210 \\ 50 \end{bmatrix}$$

SPLTV kali ini dapat diselesaikan dengan *Metode Cramer* (determinan matriks):

$$x = \frac{|Dx|}{|D|}, \quad y = \frac{|Dy|}{|D|}, \quad \text{dan} \quad z = \frac{|Dz|}{|D|}$$

Keterangan: D = Determinan utama Dy = Determinan y

Dx = Determinan x Dz = Determinan z

Mari berlatih
determinan matriks
3x3 di sini!



Menentukan determinan matriks ordo 3x3 dengan metode Sarrus:

Misalkan $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, duplikasikan dua kolom pertama (kolom ke-1 dan kolom ke-2) di luar

tanda determinan sehingga menjadi:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$|A| = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33}) + (a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31}) + (a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}) - (a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13}) - (a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}) - (a_{33} \cdot a_{21} \cdot a_{12})$$

Berdasarkan informasi rumus determinan matriks ordo 3x3, kita dapat:

Mencari matriks D dan $|D|$:

$$D = \begin{bmatrix} 50 & 60 & 40 \\ 30 & 25 & 35 \\ 10 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} |D| &= \begin{vmatrix} 50 & 60 & 40 & 50 & 60 \\ 30 & 25 & 35 & 30 & 25 \\ 10 & 5 & 5 & 10 & 5 \end{vmatrix} \\ &= (50 \cdot 25 \cdot 5) + (60 \cdot 35 \cdot 10) + (40 \cdot 30 \cdot 5) - (10 \cdot 25 \cdot 40) - (5 \cdot 35 \cdot 50) - (5 \cdot 30 \cdot 60) = 5500 \end{aligned}$$

Mencari matriks D_x dan $|D_x|$:

$$\begin{bmatrix} 50 & 60 & 40 \\ 30 & 25 & 35 \\ 10 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 \\ 210 \\ 50 \end{bmatrix} \Rightarrow D_x = \begin{bmatrix} 350 & 60 & 40 \\ 210 & 25 & 35 \\ 50 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|D_x| = \begin{vmatrix} 350 & 60 & 40 & 350 & 60 \\ 210 & 25 & 35 & 210 & 25 \\ 50 & 5 & 5 & 50 & 5 \end{vmatrix} = (350 \cdot 25 \cdot 5) + (60 \cdot 35 \cdot 50) + (40 \cdot 210 \cdot 5) - (50 \cdot 25 \cdot 40) - (5 \cdot 35 \cdot 350) - (5 \cdot 210 \cdot 60) = 16500$$

Mencari matriks D_y dan $|D_y|$:

$$\begin{bmatrix} 50 & 60 & 40 \\ 30 & 25 & 35 \\ 10 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 \\ 210 \\ 50 \end{bmatrix} \Rightarrow D_y = \begin{bmatrix} 50 & 350 & 40 \\ 30 & 210 & 35 \\ 10 & 50 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|D_y| = \begin{vmatrix} 50 & 350 & 40 & 50 & 350 \\ 30 & 210 & 35 & 30 & 210 \\ 10 & 50 & 5 & 10 & 50 \end{vmatrix} = (50 \cdot 210 \cdot 5) + (350 \cdot 35 \cdot 10) + (40 \cdot 30 \cdot 50) - (10 \cdot 210 \cdot 40) - (50 \cdot 35 \cdot 50) - (5 \cdot 30 \cdot 350) = 11000$$

Mencari matriks D_z dan $|D_z|$:

$$\begin{bmatrix} 50 & 60 & 40 \\ 30 & 25 & 35 \\ 10 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 \\ 210 \\ 50 \end{bmatrix} \Rightarrow D_z = \begin{bmatrix} 50 & 60 & 350 \\ 30 & 25 & 210 \\ 10 & 5 & 50 \end{bmatrix}$$

$$|D_z| = \begin{vmatrix} 50 & 60 & 350 & 50 & 60 \\ 30 & 25 & 210 & 30 & 25 \\ 10 & 5 & 50 & 10 & 5 \end{vmatrix} = (50 \cdot 25 \cdot 50) + (60 \cdot 210 \cdot 10) + (350 \cdot 30 \cdot 5) - (10 \cdot 25 \cdot 350) - (5 \cdot 210 \cdot 50) - (50 \cdot 30 \cdot 60) = 11000$$

Dengan demikian, $x = \frac{D_x}{D} = \frac{16500}{5500} = 3$, $y = \frac{D_y}{D} = \frac{11000}{5500} = 2$, dan $z = \frac{D_z}{D} = \frac{11000}{5500} = 2$.

Aktivitas 2: Menentukan Determinan Matriks Ordo 3x3 dengan metode Sarrus

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

Diketahui matriks $P = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$. Tentukan determinan matriks P dengan metode Sarrus!

Jawab:

$$|P| = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} = (\dots \cdot \dots \cdot \dots) + (\dots \cdot \dots \cdot \dots) + (\dots \cdot \dots \cdot \dots) - (\dots \cdot \dots \cdot \dots) - (\dots \cdot \dots \cdot \dots) - (\dots \cdot \dots \cdot \dots)$$

$$= \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots$$

$$= \dots$$

Aktivitas 3: Menyelesaikan Masalah Nyata Berkaitan Determinan Matriks Ordo 3x3

Simak bacaan berikut!

Seorang tengkulak memanfaatkan promo untuk membeli paket pupuk murah di toko pertanian. Ia mendapatkan paket A yang berisikan 3 Pupuk Organik Cair (POC), 2 pcs pupuk tablet, dan 2 pcs pupuk gandasil daun dengan harga Rp31.000,00. Ia juga membeli paket B yang berisi 5 POC, 1 pcs pupuk tablet, dan 1 pcs pupuk gandasil daun dengan harga Rp33.000,00. Untuk memanfaatkan momen tersebut, petani tersebut juga membeli paket C seharga Rp23.000,00 dengan isi di dalamnya 1 POC, 2 pcs pupuk tablet, dan 3 pcs pupuk gandasil daun. Meskipun pupuk gandasil daun yang didapatkan berukuran mini, ia tetap merasa puas sudah membeli pupuk-pupuk tersebut dengan harga murah. Tanpa pikir panjang, ia membayar semua pupuk-pupuk itu. Saat di rumah, dia hendak menjual kembali pupuk-pupuk tersebut, namun ia tidak tahu harga satuannya.

Bantulah tengkulak untuk:

- (a) menyusun permasalahan di atas dalam model matriks;
- (b) menentukan harga satu pcs masing-masing jenis pupuk menggunakan determinan matriks (metode cremer dan metode sarrus) !

Jawab:

Misalkan : x = harga 1 POC

y = harga 1 pcs pupuk kering

z = harga 1 pcs pupuk gandasil daun

Susunan sistem persamaan linearnya adalah :

Paket A : . . .

Paket B : . . .

Paket C : . . .

Susunan model matriksnya adalah :

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{|D_x|}{|D|} = \frac{\cdot \cdot \cdot}{\cdot \cdot \cdot} = \cdot \cdot \cdot$$

$$y = \frac{|D_y|}{|D|} = \frac{\cdot \cdot \cdot}{\cdot \cdot \cdot} = \cdot \cdot \cdot$$

$$z = \frac{|D_z|}{|D|} = \frac{\cdot \cdot \cdot}{\cdot \cdot \cdot} = \cdot \cdot \cdot$$

∴ Kesimpulan : harga satu harga 1 POC adalah Rp , harga 1 pcs pupuk kering adalah Rp

dan harga 1 pcs pupuk gandasil daun adalah Rp