LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

MATEMATIKA

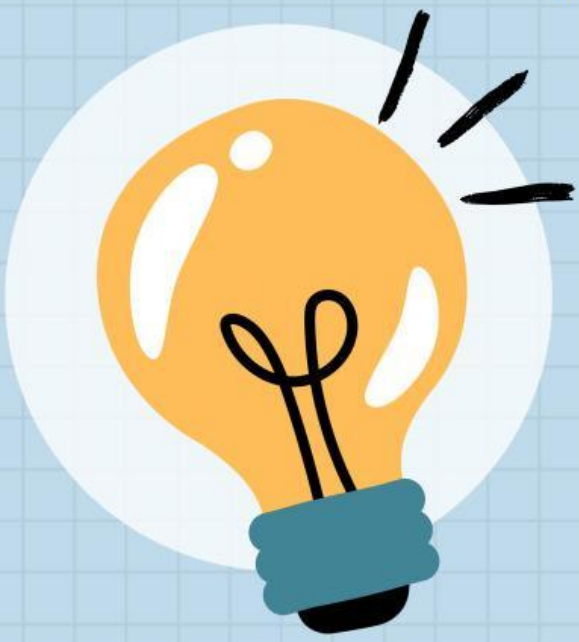
INTEGRAL TENTU

Nama : .....

Kelas : .....

LIVEWORKSHEETS

SEDIKIT PENGANTAR



TENTANG

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini disusun dengan menggunakan beberapa prinsip **Universal Design for Learning (UDL), High Order Thinking Skills (HOTS)** dan juga metode **storytelling**.

L**KPD ini dapat digunakan langsung** secara fisik (dicetak) maupun secara daring melalui teknologi Flipbook. Sehingga, diharapkan bisa membantu siswa belajar di mana saja.

1

2

3

4

LKPD DARING

LKPD ini juga dapat dikerjakan secara daring (dalam jaringan/online) dengan memindai kode QR berikut:

SCAN ME

AUDIO BOOK

LKPD ini juga dilengkapi dengan versi audio yang dapat diakses melalui kode QR berikut:

SCAN ME

PENILAIAN

Penilaian menggunakan asesmen formatif yang ditunjukkan dengan pertanyaan-pertanyaan yang akan membantu siswa menuju tujuan pembelajaran yang telah dirancang.

LIVEWORKSHEETS

CAPAIAN DAN TUJUAN PEMBELEJARAN

01 Capaian Pembelajaran

Peserta didik dapat memahami **integral,** baik sebagai **proses** yang merupakan **kebalikan dari derivatif** (turunan) dan juga sebagai **cara menghitung luas**. Mereka memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif (turunan) dan integral.

02 Tujuan Pembelajaran

PC3 (Applying the procedure): peserta didik dapat **menentukan penyelesaian** dari sebuah permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan integral tentu

PC4 (Analyzing the procedure): peserta didik dapat **mengoreksi kesalahan** dalam prosedur penyelesaian integral tentu

LIVEWORKSHEETS

Kesepakatan Kelas

Aturan Kelas (Do's and Dont's)

Penilaian

LIVEWORKSHEETS

BAGIAN 1

Pada lembar kerja ini, **kalian akan diajak mengingat kembali mengenai beberapa pelajaran yang telah dipelajari sebelumnya.**

1. Pastikan kalian mengikuti instruksi yang disediakan/diberikan guru
2. Baca dengan seksama, kemudian isilah titik-titik yang ada dengan jawabanmu
3. Tidak perlu khawatir, semua akan baik-baik saja

Situasi

Perkenalkan ini Geral, seorang Siswa Kelas 12 SMA Galaxy 48. Hari ini ia baru saja menerima hasil Ulangan Harian Matematika, sayangnya iya mendapat nilai di bawah standar minimum sehingga ia harus mengulang.

Ia memerlukan bantuan untuk belajar matematika, MAUKAH KAMU MEMBANTU GERAL BELAJAR KEMBALI?

.....

Kegiatan 1

Mari kita mulai!

Geral tidak lulus di materi mengenai Integral Tentu. Untuk membantunya belajar, kita akan mulai dari **mengingat kembali** pelajaran mengenai Luas Bangun Datar.

Tentukan **luas dari masing-masing** bangun berikut!

1

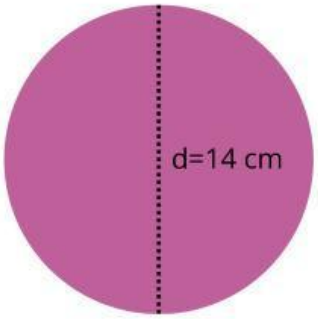
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

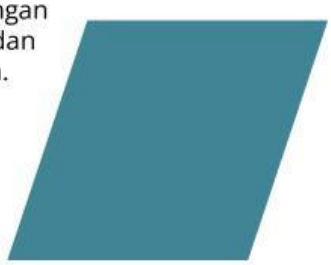
LIVEWORKSHEETS

3

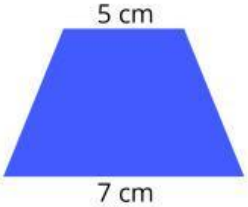


4 Diketahui bahwa bangun di bawah ini adalah setengah lingkaran yang memiliki diameter 21cm.

5 Sebuah jajar genjang dengan alas 10 cm dan tinggi 12 cm.



6 Sebuah trapesium sama kaki dengan tinggi 12 cm dan sisi yang diketahui seperti berikut.



7 Segitiga siku-siku di samping memiliki alas 10 cm dengan tinggi 12 cm.

Fun Words!

Tahukah kalian dalam Bahasa Inggris **Segiempat** disebut **Quadrilateral,** digunakan untuk menyebut bangun datar yang memiliki 4 sisi, 4 sudut, dan 4 titik sudut?

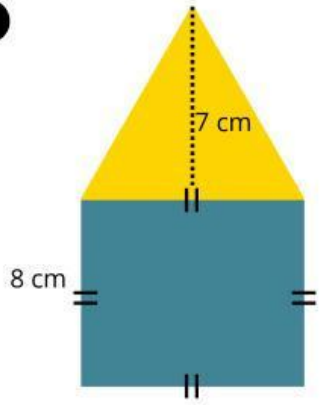
LIVEWORKSHEETS

Situasi

Baiklah!
Kini Geral sudah mengingat bagiamana **cara menghitung luas** dari sebuah bangun datar. Tapi, ternyata ada masalah lainnya. Geral lupa **bagaimana menyelesaikan permasalahan berikut** ini.

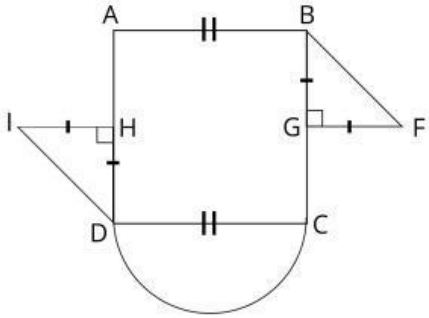
Tentukanlah luas dari **gabungan** bangun berikut ini!

1



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2 Diketahui panjang AB adalah 14 cm dan panjang BG setengah panjang AB.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Apa yang kamu lakukan untuk dapat menentukan luas bangun yang **terlihat rumit** itu?? Ceritakan langkah yang kamu ambil kepada Geral!

.....
.....
.....
.....
.....

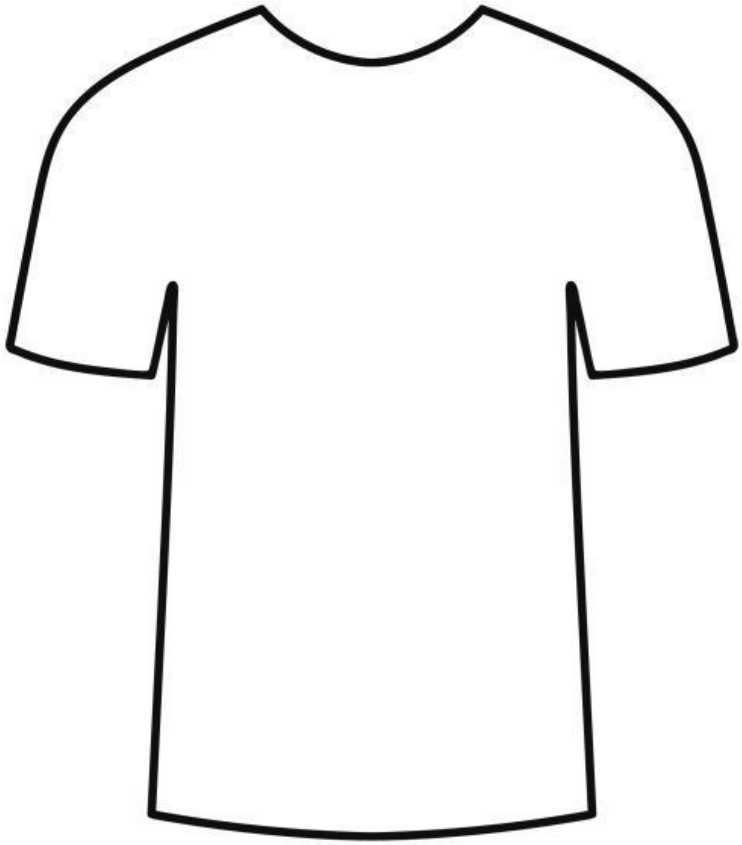
LIVEWORKSHEETS

Kalau ini?

"Ternyata mudah juga ya," ucap Geral.

Sekarang, ada **tantangan lebih besar** lagi!
Bagaimana menentukan **luas dari bangun yang tidak beraturan** seperti gambar di bawah ini?

Apakah kamu bisa menghitungnya?



Apa yang kamu lakukan untuk dapat menentukan luas bangun yang **terlihat rumit** itu?? Ceritakan langkah yang kamu ambil kepada Geral!

.....

.....

.....

.....

.....

LIVEWORKSHEETS

Mari Mencoba!

Untuk memudahkan perhitungan, kita akan melakukan kegiatan berikut.

1. Buatlah kelompok kecil beranggotakan 2-3 orang
2. Guru akan membagikan alat dan bahan yang dapat kalian gunakan:
   - Kertas berbentuk baju
   - Gunting
   - Lem
   - Penggaris
3. Kalian dapat menggunakan rumus bangun datar apa saja yang kalian ketahui untuk menentukan luas baju tersebut.
4. Kalian juga bebas untuk melakukan apa saja pada baju tersebut.
5. Tuliskan laporan kegiatan dan hasil yang kalian temukan pada percobaan tersebut pada kolom di bawah ini.

Apa langkah yang kalian lakukan untuk menentukan luas bangun tersebut?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Mengapa kalian menggunakan cara tersebut?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Apakah ada bagian baju yang tidak bisa kalian hitung luasnya? Mengapa?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

LIVEWORKSHEETS

KESIMPULAN

PERMASALAHAN DI ATAS DAPAT DIATASI MENGGUNAKAN KONSEP INTEGRAL TENTU

Cara yang paling tepat untuk menghitung luas daerah dari baju tersebut adalah dengan membagi daerah tersebut menjadi **bentuk persegi panjang dengan lebar yang sama sebanyak mungkin** dan ukuran sekecil mungkin mendekati titik 0.

Sehingga, sisa potongan yang dihasilkan akan semakin kecil dan sedikit. Tentu luas yang dapat dihitung juga lebih mendekati kebenaran.

PENERAPAN INTEGRAL TENTU

Pada Pembelajaran ini kalian akan menemani Geral untuk belajar bersama **membahas topik berikut**:

1. Pengertian Integral Tentu
2. Rumus dan Sifatnya
3. Penerapan/aplikasi Integral Tentu

LIVEWORKSHEETS

BAGIAN 2

Situasi

Setelah mengetahui salah satu aplikasi Integral Tentu, kini Geral semakin bersemangat untuk belajar **materi Integral Tentu.**

Geral **mengajak kalian** berdiskusi.

Geral: "Sebelumnya kita juga sudah mempelajari Integral kan ya? Kok kita belajar Integral lagi kali ini? Apa bedanya?"

Kegiatan 1

Bisakah kalian menjawab pertanyaan Geral di atas?

Untuk mempermudah kalian dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut ini!

1. Apa saja jenis integral yang kalian ketahui?

.....
.....
.....
.....

2. Apakah kalian ketahui mengenai **integral tersebut**? (Pengertian, sifat, dan lainnya)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Tuliskan rumus umum dari **integral tak tentu**! Serta beri keterangan setiap elemennya.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

LIVEWORKSHEETS

Apa yang berbeda ya?

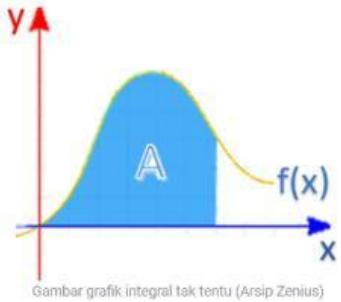
Coba bandingkan kedua rumus Integral yang kamu ketahui tersebut!
Tuliskan rumusnya pada kotak di bawah ini.

Integral Tak Tentu

Integral Tentu

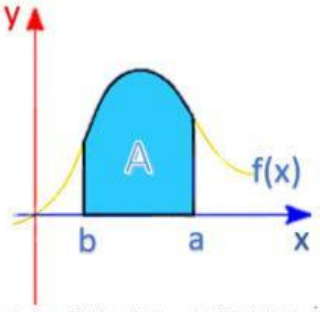
Hint!

Grafik Integral Tak Tentu



Gambar grafik integral tak tentu (Arsip Zenius)

Grafik Integral Tentu



Gambar grafik **integral tentu** sudah diketahui batas atas dan bawahnya. (Arsip Zenius)

1. Tuliskan **perbedaan** yang kalian dapatkan dari mengamati kedua rumus tersebut!

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Tuliskan **persamaan** yang kalian dapatkan dari mengamati kedua rumus tersebut!

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Apa kesimpulan yang dapat kamu ambil dari kedua pertanyaan di atas?

Integral Tentu adalah .....
.....
.....

LIVEWORKSHEETS

Jadi Gimana??

Geral:
"Oh iya! Ternyata berbeda ya yang sudah kita pelajari sebelumnya dengan yang sekarang ini."

Geral:
"Kalian ingat tidak bagaimana cara menyelesaikan soal **integral tak tentu?**"

Coba selesaikan persoalan matematis berikut ini!

1. $\int \left(12x^2 - 4x + 1\right)\, dx = \cdots$

2. Hasil dari $\int (x-2)\left(x^2 - 4x + 3\right)^5\, dx$ adalah....

LIVEWORKSHEETS

Kalau soalnya begini?

$$\int_1^2 6x^2\,dx = \ldots$$

Soal matematik di atas dapat kita selesaikan dengan menggunakan konsep integral tentu.

Step 1

Integralkan fungsi f(x) pada soal tersebut, layaknya kita mengerjakan soal integral tak tentu.

$$\begin{aligned}\int 6x^2\,dx &= \tfrac{6}{2+1}x^{2+1} + C \\ &= \tfrac{6}{3}x^3 + C \\ &= 2x^3 + C\end{aligned}$$

Ingat!

$$\int ax^n\,dx = \tfrac{a}{n+1}x^{n+1} + C$$

Namun, untuk **integral tentu** kita tidak perlu melibatkan **C**.

Step 2

Substitusikan batas atas dan batas bawah integral tersebut!

Dari soal di atas diketahui bahwa:

Batas atas = 2 → $F(2) = 2(2)^3 = 2(8) = 16$

Batas bawah = 1 → $F(1) = 2(1)^3 = 2(1) = 2$

Ingat!

$$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$$

a = batas bawah

b = batas atas

F(x) = nilai integral dari f(x)

Step 3

Substitusikan hasil tersebut ke rumus integral tentu!

$$\int_1^2 6x^2\,dx = F(2) - F(1) = 16 - 2 = 14$$

Sehingga, hasilnya adalah 14.

LIVEWORKSHEETS

Ayo berlatih!

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini!
Tuliskan jawaban dengan menuliskan detail (memberi keterangan) langkah penyelesaian yang dilakukan.

1. $\int_3^6 8x^3 dx = \ldots$

2. Hasil dari $\int_0^3 (12x^5 + 5x^4 + x)\, dx$ adalah....

LIVEWORKSHEETS