

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

SEKOLAH :

NAMA :

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA PEMINATAN

KELAS:

KELAS/ SEMESTER : XII/ GANJIL

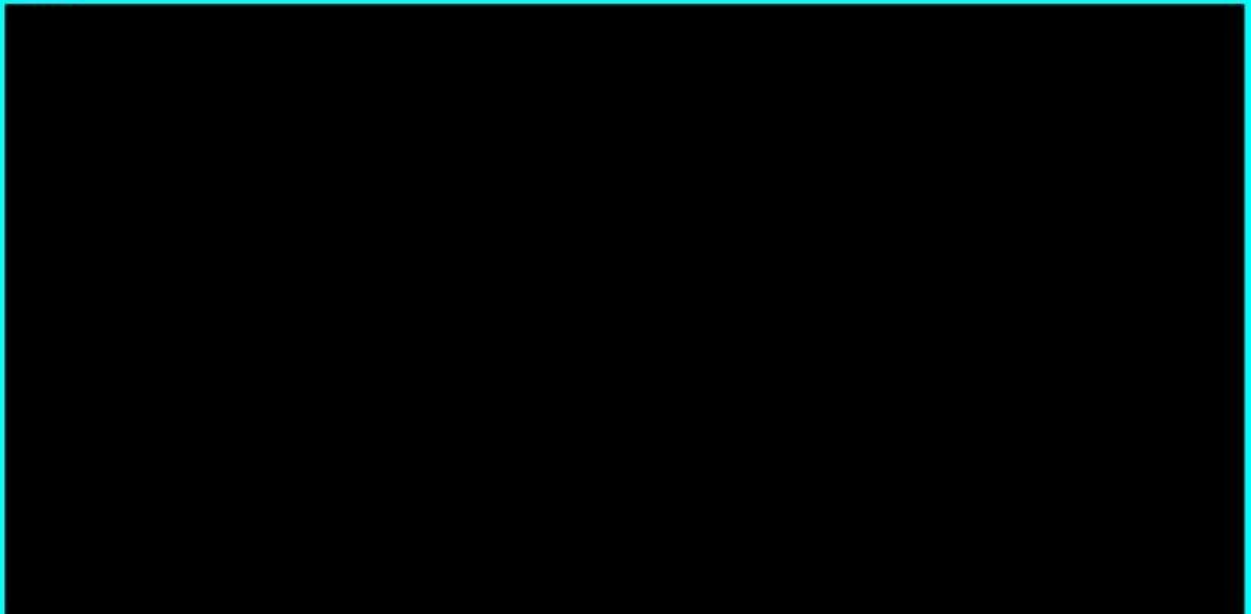
MATERI POKOK : LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Menjelaskan limit fungsi trigonometri
- 3.1.2 Menunjukkan rumus limit fungsi trigonometri
- 4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

A. Materi

Video:



Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

$$\begin{aligned} 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} &= \frac{a}{b} \\ 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} &= \frac{a}{b} \\ 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} &= \frac{a}{b} \\ 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} &= \frac{a}{b} \\ 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} &= \frac{a}{b} \\ 7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} &= \frac{a}{b} \\ 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$



Sifat-Sifat Limit Fungsi

- $\lim_{x \rightarrow c} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow c} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)^n$
- $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. Sudut Berelasi

$\cos(90 - x) = \sin x$	$\cos(180 - x) = -\cos x$
$\sin(90 - x) = \cos x$	$\sin(180 - x) = \sin x$
$\tan(90 - x) = \cot x$	$\cot(180 - x) = -\tan x$

2. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

3. Rumus Sudut Rangkap/Ganda

- $\sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\quad \quad \quad = 1 - 2 \sin^2 A$

4. Rumus Jumlah/Selisih Cosinus

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2}$$

KEGIATAN 1

Menentukan nilai limit bentuk tentu (Substitusi Langsung)

Penerapan metode substitusi langsung dalam menentukan atau menyelesaikan limit fungsi trigonometri sangat mudah. Yakni dengan langsung mengganti x dengan angka yang tertera di soal.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Jodohkan nilai limit berikut sehingga bernilai benar !

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin 4x$	=	• -2
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 3x + \cos x}{\tan x}$	=	• -1
3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \tan 2x}{\sin \left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$	=	• 0
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} (\tan x + 3)$	=	• $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
		• 1
		• $\sqrt{2}$
		• 2

KEGIATAN 2

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu (bentuk $\frac{0}{0}$)

Untuk menyelesaikan suatu masalah terkait limit fungsi trigonometri, hal pertama yang kalian lakukan adalah dengan mensubstitusi nilai x ke fungsi trigonometri. Namun ketika **hasil substitusi adalah bentuk tak tentu** yaitu $\frac{0}{0}$ maka kalian harus **memanipulasi** bentuk dengan **rumus-rumus trigonometri**, menggunakan **sifat-sifat limit fungsi**, dan menggunakan **rumus-rumus dasar limit fungsi trigonometri**.

1. Tentukan Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \tan 2x}{5x}$!

Penyelesaian:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \tan 2x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x} = \frac{\sin 3x}{5x} + \frac{\tan 2x}{5x} = \frac{\sin 3x}{5x} + \frac{\tan 2x}{5x}$$

Sifat limit yang digunakan adalah

2. Tentukan nilai limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \tan 2x}{5x^2}$!

Penyelesaian:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \tan 2x}{5x^2} = \frac{1}{5} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \frac{1}{5} \times \frac{\sin 3x}{x} \times \frac{\tan 2x}{x}$$

Sifat limit yang digunakan adalah

3. Tentukan nilai limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$!

Penyelesaian:

Gunakan rumus-rumus trigonometri untuk mengubah bentuk **$\cos A - \cos B$** dan bentuk **$1 - \cos 2A$** maka

penyelesaian dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$ adalah sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \cdot \sin \dots \sin \dots}{2 \cdot \sin^2 \dots}$$

Kemudian gunakan Sifat Limit

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots \sin \dots}{\sin \dots \sin \dots} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} = \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \times \frac{\sin \dots}{\sin \dots}$$

Kesimpulan:

Dari Kegiatan 1 dan 2 dapat kami simpulkan bahwa: