

Nombre: Grado y Grupo: 

Segundo de Secundaria Matemáticas

Miércoles 10 de febrero

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y el método de suma y resta

Aprendizaje esperado: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Énfasis: Plantear y resolver problemas mediante sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

¿Qué vamos a aprender?

En esta sesión, profundizarás en la resolución de problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, utilizando el método de suma y resta.

¿Qué hacemos?

Analiza la siguiente situación que te brindará algunas características y propiedades de las ecuaciones lineales en general.

\$ 3 600	➡	Costo bicicleta	Situación: bicicleta Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuesta 3,600 pesos, todavía le faltan 980 pesos para completar la cantidad. ¿Cuánto tiene ahorrado?
\$ 980	➡	Dinero que le falta	
x	➡	Dinero ahorrado	

Los valores conocidos son el costo de la bicicleta 3,600 pesos y el dinero que falta para comprarla, 980 pesos.

La incógnita de una ecuación es el valor que se desconoce y que se tiene que calcular. En este caso, la incógnita, es la cantidad de dinero que Ernesto tiene ahorrado. Ésta se representa con la literal “x”

Considerando lo anterior:

¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa la situación de Ernesto? Marca tu respuesta correcta:.

☐ $x = 980 + 3600$ ☐ $x - 3600 = 980$ ☐ $x + 980 = 3600$

Entonces:

$$x + 980 = 3600$$

¿Cuánto vale x?

$$x + 980 - \boxed{} = 3600 - \boxed{}$$
$$x = \boxed{}$$

Para determinar el valor de “x”, utilizarás las propiedades de los números y las operaciones, entonces:

Ya que resolviste un ejemplo de ecuación lineal con una incógnita, comenzarás con el tema de esta sesión, sobre los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, también llamados “2 x 2”, **existen diferentes métodos:** el método gráfico, el método de igualación, el método de sustitución y el método de suma y resta. En esta sesión, profundizarás en el método de suma y resta.



Analiza la siguiente situación.

Situación: artesanos de Michoacán

Para apoyar a los artesanos de Michoacán se organizó una exposición en una sala de eventos. Se vendieron 500 boletos y para entrar, las niñas y los niños pagaron 10 pesos y los adultos 20 pesos; y se recaudaron, por la venta de boletos 8,000 pesos. La pregunta es:

¿Cuántas niñas, niños y adultos entraron a la exposición?

Incógnita	¿Qué representa?
x	Número de boletos vendidos de niño
y	Número de boletos vendidos de adulto

Para responder la pregunta, se identifica que hay dos incógnitas, una que representa el número de las niñas y niños; y otra, la cantidad de adultos, porque se desconoce cuántos menores y cuántos adultos asistieron, entonces se utilizan las literales " x " y " y ":

Ya que identificaste los datos faltantes, es decir, las incógnitas, establece las ecuaciones con la información que proporciona el planteamiento.

Ecuación 1 $x + y = 500$

Niños $\rightarrow$ x y $\rightarrow$ Adultos $\rightarrow$ Boletos vendidos

Se sabe que entre boletos de menores y adultos se vendieron 500 en total. Entonces se tiene que: el número " x " de boletos vendidos de niñas y niños, más el número " y " de boletos vendidos de adulto, es igual a 500, por lo

que la ecuación 1 del sistema es:

Ecuación 2 $10x + 20y = 8\,000$

Costo del boleto de menores $\rightarrow$ $10x$ $20y$ $\rightarrow$ Costo del boleto de adulto $\rightarrow$ Dinero recaudado

Para la segunda ecuación se sabe que, para entrar, las niñas y los niños pagaron 10 pesos y los adultos 20 pesos; y se obtuvieron 8,000 pesos por la venta de todos los boletos. Esto quiere decir que " x " boletos de 10 pesos más " y " boletos de 20 pesos da un total de 8,000

pesos. Por lo que la ecuación 2 es:

A partir de la situación planteada se estableció un sistema de ecuaciones " 2×2 ", ya que tiene dos ecuaciones con dos incógnitas cada una.

Debes tener claro que resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, significa encontrar los valores de las incógnitas que permiten que se cumpla la igualdad de cada ecuación del sistema.

Para resolver sistemas de ecuaciones " 2×2 " hay diferentes métodos, pero en esta sesión utilizarás el método denominado de reducción o **de suma y resta**.

Antes de resolver el problema, recupera el procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones por el método de suma y resta. Presta atención y toma nota.

El método de suma y resta consiste en igualar el valor absoluto de los coeficientes de una de las incógnitas, en ambas ecuaciones, y se suman o restan los términos semejantes, de manera que se elimine una de las incógnitas para obtener una ecuación lineal con una sola incógnita.

Considera que, al multiplicar todos los términos de una ecuación por el mismo valor, se obtiene una ecuación equivalente, por lo que los valores de las incógnitas no se alteran.



Sistema de ecuaciones

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2x + y = 21 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$x - 3y = 0 \quad \text{Ecuación 2}$$

Multiplica los términos de cualquiera de las ecuaciones para igualar los valores absolutos de los coeficientes de una de ellas. En este caso, vas a multiplicar a la ecuación 1 por 3.

$$(3)2x + (3)y = (3)21 \rightarrow 6x + 3y = 63 \quad \text{Ecuación 3}$$

Ahora, alinea los términos semejantes y suma las ecuaciones "2" y "3", en este caso, suma debido a que a la incógnita "y" la antecede un signo negativo.

$$\begin{array}{r} x - 3y = 0 \quad \text{Ecuación 2} \\ + \quad 6x + 3y = 63 \quad \text{Ecuación 3} \\ \hline 7x + 0 = 63 \end{array}$$

$$7x = 63 \quad \text{Así se obtiene la ecuación lineal con una incógnita: } 7x = 63$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{63}{7} \quad \text{Resuelve, dividiendo entre siete a ambos miembros de la igualdad.}$$

$$x = 9$$

Sustituye a "x" en cualquiera de las dos ecuaciones para despejar a "y".

$$\begin{array}{r} 2x + y = 21 \quad \text{Ecuación 1} \\ x - 3y = 0 \quad \text{Ecuación 2} \end{array} \quad x = 9$$

Hazlo en la ecuación 1 y despeja a "y":

$$\begin{array}{l} 2(9) + y = 21 \rightarrow 18 + y = 21 \\ 18 - 18 + y = 21 - 18 \rightarrow y = 3 \end{array}$$

Con esto ya tienes las soluciones del sistema de ecuaciones, "x" es igual a 9 y "y" es igual a 3.

Finalmente, comprueba si es cierto. Sustituye a "x" y a "y" por sus valores numéricos y resuelve las operaciones.

En la ecuación 1:

$$2(9) + 3 = 21 \rightarrow 18 + 3 = 21 \rightarrow 21 = 21$$

En la ecuación 2:

$$9 - 3(3) = 0 \rightarrow 9 - 9 = 0 \rightarrow 0 = 0$$



Con esto, has recuperado tus conocimientos sobre el procedimiento de suma y resta para resolver sistemas de ecuaciones "2 x 2". Ahora, retoma el problema sobre la exposición de los artesanos para saber cuántas niñas, niños y adultos asistieron.

Recupera la información: asistieron 500 personas, los boletos de menores costaron 10 pesos y los de adulto 20 pesos y se recaudaron 8,000 pesos.

Ecuación 1 $x + y = 500$

Ecuación 2 $10x + 20y = 8\,000$

Entonces, multiplica la ecuación 1 por 10, obteniendo la ecuación equivalente:

$$(10)x + (10)y = (10)500$$

$10x + 10y = 5\,000$ Ecuación 3

Ya se igualaron los coeficientes de "x", pero como tienen el mismo signo, entonces resolverás con una sustracción, ecuación 2 menos ecuación 3

$$\begin{array}{rcl} 10x + 20y & = & 8\,000 \quad \text{Ecuación 2} \\ - (10x + 10y & = & 5\,000 \quad \text{Ecuación 3} \\ \hline 0 + 10y & = & 3\,000 \end{array}$$

Despejando "y" queda: $y = 300$

Ahora sustituye a "y" en cualquiera de las ecuaciones por su valor numérico y despeja "x" para tener las dos soluciones del sistema. En este caso lo harás en la ecuación 1, porque los coeficientes de ambas incógnitas son uno.

$$\begin{array}{lcl} x + y = 500 & \text{Ecuación 1} & \\ 10x + 20y = 8\,000 & \text{Ecuación 2} & \end{array} \qquad y = 300$$

Se sustituye "y" por su valor numérico para obtener el valor de la incógnita "x"

$$x + 300 = 500 \qquad x = 500 - 300 \qquad x = 200$$

Ahora tienes que hacer la comprobación para verificar que ambas igualdades se cumplen.

Para ello, reemplaza las incógnitas "x" y "y" por sus valores numéricos en ambas ecuaciones y verifica que se cumplan las igualdades.

En la ecuación 1:

$$x + y = 500$$

$$200 + 300 = 500$$

$$500 = 500$$

En la ecuación 2:

$$10x + 20y = 8\,000$$

$$10(200) + 20(300) = 8\,000$$

$$2\,000 + 6\,000 = 8\,000$$

$$8\,000 = 8\,000$$



Y así es como se comprueba que el número de boletos vendidos de niñas y niños fue de 200 y que el número de boletos vendidos de adulto fueron 300.

Situación: edad de Ana y Antonio

Leonardo y su primo Eduardo quieren resolver juntos un acertijo acerca de las edades de Ana y Antonio. Ayúdales, los siguientes son los datos con los que cuentan.

Se sabe que, 8 veces la edad de Ana, más 3 veces la edad de Antonio es igual a 36 y que Antonio es un año mayor que Ana.

"y" representa la edad de Ana.

"x" representa la edad de Antonio.

Entonces se tiene que: $3x + 8y = 36$

Has establecido la ecuación 1. Ahora, determina la ecuación 2

La edad de Antonio, representada con la incógnita "x" y como es un año mayor que Ana, cuya edad se representa con la literal "y", entonces se tiene que la edad de Antonio menos la edad de Ana es igual a uno, es decir: $x - y = 1$

Con esto tienes la ecuación 2 y el sistema de ecuaciones lineales 2×2

$$3x + 8y = 36 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$x - y = 1 \quad \text{Ecuación 2}$$

Así se tiene que:

$$(3)(\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}) \rightarrow \boxed{}x - \boxed{}y = \boxed{} \quad \text{Ecuación 3}$$

Ya tienes igualados los coeficientes de "x" y, como ambos son positivos, entonces se resuelve con una resta: ecuación 1 menos ecuación 3.

$$\begin{array}{r} - \quad 3x + 8y = 36 \quad \text{Ecuación 2} \\ \quad 3x - 3y = 3 \quad \text{Ecuación 3} \\ \hline \quad 0 + 11y = 33 \end{array} \quad y = \boxed{}$$

Ahora tienes que sustituir a "y" en alguna de las ecuaciones por el valor encontrado y despejar "x". En este caso, lo harás en la ecuación 2

$$\begin{array}{l} x - \boxed{} = 1 \\ x - y = 1 \\ x = 1 + \boxed{} \\ x = \boxed{} \end{array}$$

Finalmente, realiza la comprobación de las soluciones del sistema de ecuaciones " 2×2 "

Para ello, remplace las incógnitas por sus valores numéricos en ambas ecuaciones y verifica que se cumpla la igualdad.



Para la ecuación 1:

$$3x + 8y = 36$$

$$3(\square) + 8(\square) = 36$$

$$\square + \square = 36$$

$$\square = 36$$

Para la ecuación 2:

$$x - y = 1$$

$$\square - \square = 1$$

$$\square = 1$$

Con esto se comprueba que se cumple con la igualdad en ambas ecuaciones.

Recapitula:

El método de suma y resta consiste en sumar o restar las ecuaciones de manera que se pueda eliminar una de las incógnitas para obtener una ecuación de primer grado con una incógnita. En los dos ejemplos que se resolvieron, se multiplicó una de las ecuaciones para poder igualar el valor absoluto del coeficiente de una de las incógnitas para poder eliminarla, ya que esto no era posible únicamente en la suma o la resta.

Finalmente, observa un ejemplo de un sistema de ecuaciones, en el que no se tiene que realizar la multiplicación.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$x + 2y = 11 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$-x + 4y = 7 \quad \text{Ecuación 2}$$

$$y = \square$$

$$x = \square$$