

Lembar Kerja Peserta Didik



E-LKPD

MATEMATIKA

MATRIKS



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = A$$

Kelompok :

Nama Anggota:



CAPAIAN PEMBELAJARAN

Peserta didik dapat menyatakan data dalam bentuk matriks. Mereka dapat menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).

TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan Problem Based Learning berbantuan E-LKPD dan powerpoint, peserta didik dapat:

1. Menentukan determinan matriks berordo 2×2
2. Menentukan determinan matriks berordo 3×3
3. Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 dengan tepat

A. PETUNJUK UMUM:

1. Bacalah Lembar Kerja ini dengan seksama, dan tanyakan kepada guru jika ada hal yang kurang dipahami,
2. Setiap kelompok akan mengerjakan permasalahan yang ada di E-LKPD.

B. TUGAS/LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN:

1. Tuliskan nama anggota kelompok pada kolom yang tersedia
2. Diskusikan dengan teman sekelompok tentang soal-soal pada E-LKPD
3. Jawablah pertanyaan-pertanyaan dalam LKPD dengan benar
4. Tanyakan pada guru pembimbing jika ada hal-hal yang kurang jelas.

POWERPOINT:

Alokasi Waktu:
40 Menit

Kelas: XI
SMA Negeri 2 Yogyakarta

AYO MENGAMATI!

Ananda sekalian, apakah kalian pernah membeli oleh-oleh? Tentunya sebelum membeli ananda menanyakan dahulu berapa harga oleh-oleh yang akan dibeli. Namun, dalam matematika ananda pastinya pernah mendapatkan masalah yang berkaitan dengan kegiatan jual beli seperti pada permasalahan dibawah ini. Untuk menyelesaikannya ananda bisa menggunakan konsep determinan matriks

PERMASALAHAN 1



Bagas dan Farel, dua sahabat yang sedang berlibur di Yogyakarta, datang membeli oleh-oleh di kawasan Malioboro pada hari yang sama. Malioboro, yang terkenal sebagai pusat oleh-oleh khas Yogyakarta, menawarkan berbagai macam produk menarik bagi wisatawan. Di antara banyaknya pilihan, Bagas dan Farel tertarik untuk membeli gudeg, makanan khas Yogyakarta, dan bakpia, kue khas yang menjadi favorit banyak orang. Bagas membeli 3 besek gudeg dan 2 kotak bakpia dengan total pengeluaran Rp167.000. Sementara itu, Farel membeli 1 besek gudeg dan 3 kotak bakpia dengan total pengeluaran Rp131.500. Berdasarkan informasi tersebut, berapakah harga satu besek gudeg dan satu kotak bakpia?

Ayo Menaya dan Mengumpulkan Informasi

Setelah mengamati permasalahan 1, silakan ananda kumpulkan informasi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.

Apa saja makanan yang mereka beli di pusat oleh-oleh?

.....

Apa saja makanan yang di beli Bagas?

.....

Apa saja makanan yang di beli Farel?

.....

Apa yang ditanya pada masalah tersebut?

.....

Dengan informasi yang sudah ananda temukan, sekarang silakan ananda selesaikan kegiatan berikut.



Ingat kembali materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Buatlah SPLDV dari permasalahan 1

Membuat Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Misalkan

Harga satu besek gudeg adalah x

Harga satu kotak bakpia adalah y

Jika **persamaan 1** merupakan model matematika dari makanan yang dibeli Bagas dan **persamaan 2** merupakan model matematika dari makanan yang dibeli Farel, maka persamaan matematikanya yaitu: (ketik model matematika pada kotak dibawah ini!)

Persamaan 1 :

Persamaan 2 :

Apabila **persamaan 1** dan **persamaan 2** disatukan akan membentuk sebuah SPLDV yang ditulis dalam bentuk sebagai berikut: (ketik ulang persamaan 1 dan persamaan 2)

{

... Persamaan 1

... Persamaan 2

Mengubah SPLDV ke bentuk matriks

Apabila diketahui Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

maka, SPLDV tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Sehingga, SPLDV yang telah ditemukan pada petunjuk 1 apabila diubah ke matriks menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

SPLDV biasanya diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi, metode substitusi, atau gabungannya. Pada permasalahan 1 dapat diselesaikan dengan menggunakan metode determinan

MENENTUKAN DETERMINAN MATRIKS ORDO 2X2

Dengan menggunakan metode determinan yaitu dengan **mengalikan elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama dikurangi dengan hasil kali elemen-elemen yang terletak pada diagonal samping**

Misalkan A suatu matriks persegi berordo 2x2. Secara umum dapat ditulis seperti

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$|A| = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Contoh :

Tentukan determinan matriks $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

Jawab :

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$$

$$|B| = \dots - \dots$$

$$|B| = \dots$$

METODE CRAMER UNTUK MATRIKS BERORDO 2X2

Langkah 1 : Menentukan nilai D , D_x dan D_y

Misalkan bentuk sistem persamaan linear

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks koefisien}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{\text{Matriks peubah}} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_{\text{Matriks konstanta}}$$

Misalkan D adalah determinan matriks koefisien, maka D adalah :

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Misalkan D_x adalah determinan matriks koefisien yang elemen kolom pertama diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_x adalah :

$$D_x = \begin{vmatrix} \dots & a_{12} \\ \dots & a_{22} \end{vmatrix} = \dots - \dots$$

Misalkan D_y adalah determinan matriks koefisien yang elemen kolom kedua diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_y adalah :

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots \\ a_{21} & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots$$

Langkah 2 : Menentukan nilai x dan y

Nilai x ditentukan dengan menggunakan rumus :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots}{\dots}$$

Nilai y ditentukan dengan menggunakan rumus :

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\dots}{\dots}$$

Ayo Menalar!

Setelah membaca informasi mengenai cara menentukan determinan matriks ordo 2×2 dan menyelesaikan SPLDV dengan metode cramer, apakah ananda sudah paham? Jika belum tanyakan pada guru apa yang kurang dipahami dan jika sudah silakan ananda lanjutkan dengan mengerjakan soal SPLDV pada permasalahan 1 dengan menggunakan Determinan Matriks metode Cramer!



Tulislah jawaban untuk untuk masalah 1 di kertas dengan mengikuti langkah 1,2,3,4 dibawah ini kemudian scan dan unggah dengan mengklik link yang sudah disiapkan!

Langkah 1: Copy dan paste SPLDV dalam bentuk matriks yang ananda buat

Langkah 2 : Tentukan nilai D , D_x , dan D_y dengan menerapkan rumus yang telah diberikan

Langkah 3 : Tentukan nilai x dan y dengan menerapkan rumus yang sudah diberikan

Langkah 4 : Tentukan nilai harga satu besek gudeg dan satu kotak bakpia

silakan klik link berikut untuk mengerjakan Permasalahan 1

Ayo Mengkomunikasikan!

Tulislah hasil penyelesaian E-LKPD mu secara cermat dan sistematis. Salah satu perwakilan kelompok akan dipilih untuk menyajikan hasil pengerjaan E-LKPD nya dan peserta didik lainnya menanggapi.

KESIMPULAN

1. Apa itu determinan matriks?
2. Tuliskan notasi dari determinan matriks!
3. Tentukan rumus dari determinan matriks!
4. Tuliskan langkah-langkah menyelesaikan permasalahan SPLDV dengan menggunakan determinan matriks metode cramer !

klik link berikut untuk mengunggah hasil kesimpulan yang telah tulis dikertas

PERMASALAHAN 2



Di Desa Wisata Kasongan, Yogyakarta, terdapat sebuah toko kerajinan tangan yang menawarkan berbagai produk khas daerah seperti tas rotan, topeng kayu, dan gerabah. Toko ini dikenal dengan kualitas produknya yang tinggi dan kerajinan yang unik. Pada suatu hari, tiga pengunjung yang bernama Rani, Siti dan Tina datang ke toko ini untuk membeli beberapa produk kerajinan. Rani membeli 2 tas rotan, 4 cobek, dan 3 vas bunga dengan total pengeluaran sebesar Rp360.000. Sementara itu, Siti membeli 1 tas rotan, 2 cobek, dan 4 vas bunga dengan total pengeluaran Rp290.000. Di sisi lain, Tina membeli 3 tas rotan, 1 cobek, dan 2 vas bunga dengan total pengeluaran Rp320.000. Berdasarkan informasi ini, tentukanlah harga satu tas rotan, satu cobek, dan satu vas bunga!

Ayo Menaya dan Mengumpulkan Informasi

Setelah mengamati permasalahan 2, silakan ananda kumpulkan informasi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.

Apa saja oleh-oleh yang mereka beli di Desa Wisata Kasongan?

.....
Apa saja oleh-oleh yang di beli Rani?

.....
Apa saja oleh-oleh yang di beli Siti?

.....
Apa saja oleh-oleh yang di beli Tina?

.....
Apa yang ditanya pada masalah tersebut?

Dengan informasi yang sudah ananda temukan, sekarang silakan ananda selesaikan kegiatan berikut.



Ingat kembali materi sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV). Buatlah SPLTV dari permasalahan 2

Membuat Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Misalkan

Harga satu wayang kulit adalah x

Harga satu topeng kayu adalah y

Harga satu gerabah adalah z

Jika **persamaan 1** merupakan model matematika dari oleh-oleh yang dibeli Rani, **persamaan 2** merupakan model matematika dari oleh-oleh yang dibeli Siti, dan **persamaan 3** merupakan model matematika dari oleh-oleh yang dibeli Tina maka persamaan matematikanya yaitu: (ketik model matematika pada kotak dibawah ini!)

Persamaan 1 :

Persamaan 2 :

Persamaan 3 :

Apabila **persamaan 1**, **Persamaan 2** dan **persamaan 3** disatukan akan membentuk sebuah SPLTV yang ditulis dalam bentuk sebagai berikut: (ketik ulang persamaan 1, persamaan 2, dan persamaan 3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \text{Persamaan 1} \\ \dots \text{Persamaan 2} \\ \dots \text{Persamaan 3} \end{array} \right.$$

Mengubah SPLTV ke bentuk matriks

Apabila diketahui Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{array} \right.$$

maka, SPLDV tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Sehingga, SPLTV yang telah ditemukan pada petunjuk 1 apabila diubah ke matriks menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

SPLTV biasanya diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi, metode substitusi, atau gabungannya. Pada permasalahan 2 dapat diselesaikan dengan menggunakan metode sarrus dan metode cramer

METODE SARRUS UNTUK MATRIKS BERORDO 3X3

Dengan menggunakan metode sarrus yaitu dengan **mengeluarkan dua kolom dari kiri (kolom pertama dan kolom kedua) sehingga diperoleh kolom baru yaitu kolom keempat dan kolom kelima**. Garis yang rebah dari **kiri atas ke kanan bawah** kita berikan tanda (+) dan sebaliknya dari **kanan atas ke kiri bawah** kita berikan tanda (-)

Misalkan A suatu matriks persegi berordo 3x3. Secara umum dapat ditulis seperti

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Maka determinan matriks A dapat diselesaikan sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

Contoh :

Tentukan determinan matriks $P = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

$$|P| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times 5 \times 4 + \dots \times \dots \times \dots + \dots \times \dots \times \dots - 3 \times 5 \times 2$$

$$- \dots \times \dots \times \dots - \dots \times \dots \times \dots$$

$$= \boxed{}$$

METODE CRAMER UNTUK MATRIKS BERORDO 3x3

Langkah 1 : Menentukan nilai D , D_x dan D_y

Misalkan bentuk sistem persamaan linear

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks koefisien}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}}_{\text{Matriks peubah}} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}}_{\text{Matriks konstanta}}$$

Misalkan D adalah determinan matriks koefisien, maka D adalah :

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

(-) (-) (-)
(+)(+)(+)

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

Misalkan D_x adalah determinan matriks koefisien yang elemen kolom pertama diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_x adalah :

$$D_x = \begin{vmatrix} \square & a_{12} & a_{13} \\ \square & a_{22} & a_{23} \\ \square & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \square & a_{12} \\ \square & a_{22} \\ \square & a_{32} \end{vmatrix}$$

=

Misalkan D_y adalah determinan matriks koefisien yang elemen kolom kedua diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_y adalah :

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & \square & a_{13} \\ a_{21} & \square & a_{23} \\ a_{31} & \square & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & \square \\ a_{21} & \square \\ a_{31} & \square \end{vmatrix}$$

=

Misalkan D_z adalah determinan matriks koefisien yang elemen kolom kedua diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_z adalah :

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \square\square \\ a_{21} & a_{22} & \square\square \\ a_{31} & a_{32} & \square\square \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$=$$

Langkah 2 : Menentukan nilai x dan y

Nilai x ditentukan dengan menggunakan rumus :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

Nilai y ditentukan dengan menggunakan rumus :

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

Nilai z ditentukan dengan menggunakan rumus :

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

Ayo Menalar!

Setelah membaca informasi mengenai cara menentukan determinan matriks ordo 3x3 dan menyelesaikan SPLTV dengan dengan metode sarrus dan metode cramer, apakah ananda paham? Jika belum tanyakan kepada guru yang bersangkutan dan jika sudah silakan ananda lanjutkan menyelesaikan permasalahan 2 dengan menerapkan konsep determinan matriks 3x3 dan metode cramer!



Tulislah jawaban untuk untuk masalah 2 di kertas dengan mengikuti langkah 1,2,3,4 dibawah ini kemudian scan dan unggah dengan mengklik link yang sudah disiapkan!

Langkah 1: Copy dan paste SPLDV dalam bentuk matriks yang ananda buat

Langkah 2 : Tentukan nilai $D, D_x, D_y, \text{ dan } D_z$ dengan menerapkan rumus yang sudah diberikan

Langkah 3 : Tentukan nilai $x, y, \text{ dan } z$ dengan menerapkan rumus yang sudah diberikan

Langkah 4 : Tentukan nilai harga satu tas rajut, satu cobek dan satu vas bunga

silakan klik link berikut untuk mengerjakan Permasalahan 2

Ayo Mengkomunikasikan!

Tuliskan hasil penyelesaian E-LKPD mu secara cermat dan sistematis. Salah satu perwakilan kelompok akan dipilih untuk menyajikan hasil pengerjaan E-LKPD nya dan peserta didik lainnya menanggapi.

KESIMPULAN

Setelah melakukan beberapa kegiatan pembelajaran, mari sama-sama kita menyimpulkan mengenai pembelajaran hari ini!

1. Metode apa yang digunakan untuk menentukan determinan matriks berordo 3×3 ?
2. Apabila diketahui $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ maka tentukanlah rumus dari determinan matriks A!
3. Tuliskan langkah-langkah menyelesaikan permasalahan SPLTV menggunakan konsep determinan matriks dan metode Cramer!

klik link berikut untuk mengunggah hasil kesimpulan yang telah tulis dikertas