

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

DETERMINAN MATRIKS



NAMA ANGGOTA KELOMPOK:

1.
2.
3.
4.

SMA NEGERI 2 YOGYAKARTA
KELAS 11

Alokasi Waktu : 40 Menit

CP DAN TP

Capaian Pembelajaran:

Peserta didik dapat menyatakan data dalam bentuk matriks. Mereka dapat menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).

Tujuan Pembelajaran :

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan model Discovery Learning berbantuan E-LKPD dan powerpoint, peserta didik dapat:

- Menentukan determinan matriks ordo 2×2 .
- Menentukan determinan matriks ordo 3×3 .
- Menyelesaikan permasalahan kontekstual menggunakan determinan matriks.

LANGKAH KERJA

1. Tuliskan nama anggota kelompok pada kolom yang tersedia.
2. Bacalah LKPD ini dengan seksama.
3. Diskusikan LKPD ini dengan teman sekelompok.
4. Jawablah pertanyaan-pertanyaan dalam LKPD dengan benar
5. Tanyakan pada guru pembimbing jika ada hal-hal yang kurang jelas.

POWERPOINT

Akses materi pada link berikut!

A1

DETERMINAN MATRIKS 2 X 2

Tulislah jawaban kamu pada tempat yang disediakan!

i

Cara Sarrus

Diberikan dua buah matriks A dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

1

Berdasarkan matriks di samping, dapat diketahui bahwa:

- Elemen diagonal utama pada matriks A adalah ... dan
- Elemen diagonal samping pada matriks A adalah ... dan

2

Tabel Matriks A dan Determinannya

No	A	A
1	$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	$5(3) - 1(7) = 15 - 7 = 8$
2	$\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$	$\dots(2) - 6(\dots) = \dots - \dots = \dots$
3	$\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$	$\dots(\dots) - \dots(\dots) = \dots - \dots = \dots$

3

Jadi dapat disimpulkan bahwa jika matriks A berordo 2 x 2 dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \text{ maka determinan matriks A dinyatakan dengan}$$

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \dots - \dots$$

Berdasarkan kesimpulan **di atas**, dapat didefinisikan determinan suatu matriks sebagai **hasil kali**

A2

PENYELESAIAN SPLDV

Mari kita menemukan cara menyelesaikan SPLDV dengan metode determinan

Diketahui SPLDV sebagai berikut:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

1

Tuliskan SPLDV tersebut ke dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

2 Menentukan nilai x dan y

Nilai x dan y dapat ditentukan sebagai berikut:

$$x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D}, \text{ dengan } D \neq 0$$

Mari kita selidiki D , D_x , dan D_y

- Determinan Utama (D)

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \dots - \dots$$

- Determinan x (D_x)

Determinan x diperoleh melalui mengganti elemen kolom pertama dari determinan utama dengan elemen matriks konstanta.

$$D_x = \begin{vmatrix} \dots & a_{12} \\ \dots & a_{22} \end{vmatrix} = \dots - \dots$$

- Determinan y (D_y)

Determinan y diperoleh melalui mengganti elemen kolom kedua dari determinan utama dengan elemen matriks konstanta.

$$D_y = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots$$

2 Menentukan nilai x dan y

Karena

$$x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D}, \text{ dengan } D \neq 0$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}$$

dan

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}$$

,dengan

$$\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} \neq 0$$

AYO BERLATIH



Nomor 1



Jawaban:

Tentukan determinan
dari matriks P berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$|P| = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$



Nomor 2



Di Pasar Beringharjo, seorang pedagang menjual dua paket busana adat Gagrak Ngayogyakarta, yaitu paket kebaya dan surjan lurik. Kebaya Lurik dijual seharga Rp 150.000 per paket dan Surjan Lurik dijual seharga Rp 200.000 per paket. Pada suatu hari, pedagang tersebut berhasil menjual total 20 paket busana adat dengan total pendapatan Rp 3.200.000. Berapa banyak masing-masing jenis paket busana yang berhasil terjual? **(Kerjakan soal ini di selembar kertas dengan mengikuti langkah-langkah di bawah ini, kemudian upload pada link yang telah disediakan)**

Jawaban:

Diketahui:

Misalkan

x = banyak paket kebaya lurik yang terjual

y = banyak paket surjan lurik yang terjual

maka diperoleh persamaan berikut:

Persamaan 1:

Persamaan 2:

Ditanya:

Nomor 2 (Lanjutan)

Metode/cara apa yang akan Anda gunakan untuk menyelesaikan permasalahan ini? Tuliskan rumusnya!

$$x = \frac{\dots x}{\dots} \text{ dan } y = \frac{\dots \dots}{\dots}, \text{ dengan } \dots \neq \dots$$

Selesaikan permasalahan tersebut sesuai dengan rencana di atas!

SPLDV dari permasalahan tersebut adalah

$$\begin{cases} \dots x + \dots y = \dots \\ \dots x + \dots y = \dots \end{cases}$$

Sehingga diperoleh bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

- Determinan Utama (D)

$$D = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

- Determinan x (D_x)

$$D_x = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

- Determinan y (D_y)

$$D_y = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

Nomor 2 (Lanjutan)

Oleh karena itu, diperoleh hasil berikut:

$$x = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

dan

$$y = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Apakah Anda yakin dengan hasil perhitungan Anda? Lakukan penyelidikan dan sertakan pembuktiannya!

Yakin / Tidak*

Keterangan: coret yang tidak perlu.

Buktikan dengan substitusi nilai x dan y ke salah satu persamaan

$$\begin{aligned} \dots x + \dots y &= \dots \\ \dots (\dots) + \dots (\dots) &= \dots \\ \dots + \dots &= \dots \\ \dots &= \dots \end{aligned}$$

Apa kesimpulan dari hasil yang Anda peroleh?

Jadi, dapat disimpulkan bahwa banyak paket kebaya lurik yang terjual adalah ..., sedangkan banyak paket surjan lurik yang terjual adalah ...

Link Pengumpulan

= Cara Sarrus



Diketahui matriks A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

maka determinan dari matriks A adalah

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Guna memperoleh rumus determinan matriks berordo 3x3 dengan metode sarrus, ikuti langkah-langkah berikut!

1

Tuliskan kembali elemen-elemen pada kolom 1 dan 2 di sebelah kanan garis vertikal.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & \dots \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & \dots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Diagonal samping

Diagonal utama

2

Berdasarkan hasil pada langkah 1, tuliskan elemen-elemen yang terletak pada dan sejajar diagonal utama.

- Elemen yang terletak pada diagonal utama $\dots, \dots, \dots$ dan $\dots$
- Elemen yang terletak sejajar diagonal utama adalah $\dots, \dots, \dots$ dan $\dots, \dots, \dots$

Tuliskan elemen-elemen yang terletak pada dan sejajar diagonal samping.

- Elemen yang terletak pada diagonal samping $\dots, \dots, \dots$ dan $\dots$
- Elemen yang terletak sejajar diagonal samping adalah $\dots, \dots, \dots$ dan $\dots, \dots, \dots$

3

Jumlahkan hasil kali elemen-elemen yang terletak pada dan sejajar diagonal utama, kemudian dikurangi dengan hasil kali elemen-elemen yang terletak pada dan sejajar diagonal samping.

Jadi dapat disimpulkan bahwa determinan matriks A dinyatakan dengan
 $\dots + \dots + \dots - \dots - \dots -$
 $\dots$

= Cara Ekspansi Kofaktor

Diketahui matriks A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Guna memperoleh rumus determinan matriks berordo 3x3 dengan cara ekspansi kofaktor, pahami istilah berikut:

①

Minor

Minor dari suatu unsur adalah determinan yang dihasilkan setelah terjadi penghapusan baris dan kolom di mana unsur itu terletak.

Contoh: minor untuk unsur a_{11}

$$M_{12} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \dots \dots - \dots \dots$$

②

Kofaktor

Kofaktor dari suatu unsur adalah minor unsur itu berikut tanda. Kofaktor dari suatu unsur yang terletak pada garis ke-m dan ke-n dirumuskan sebagai berikut.

$$k_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, 3, \dots, m \\ j = 1, 2, 3, \dots, n \end{matrix}$$

Contoh: kofaktor dari unsur a_{11} adalah

$$k_{11} = (-1)^{1+1} \cdot M_{11} = (-1)^2 \cdot M_{11} = 1 \cdot M_{11} = M_{11}$$

Coba tentukan kofaktor dari unsur a_{12} , a_{13} , dan a_{21}

$$k_{12} = (-1)^{1+2} \cdot M_{12} = (-1)^{\dots} \dots = (\dots) \dots = \dots$$

$$k_{13} = (-1)^{\dots+\dots} \dots = (-1)^{\dots} \dots = (\dots) \dots = \dots$$

$$k_{21} = (-1)^{\dots+\dots} \dots = (-1)^{\dots} \dots = (\dots) \dots = \dots$$

Jadi, penentuan tanda dari kofaktor matriks berordo 3 x 3 adalah

$$\begin{vmatrix} + & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Isilah dengan tanda + atau -



= Cara Ekspansi Kofaktor (Lanjutan)

3 Menentukan Determinan dengan Ekspansi Kofaktor

Ikuti langkah-langkah berikut:

1. Pilihlah sembarang baris atau kolom yang diekspansi
2. Jumlahkan hasil kali masing-masing unsur yang dipilih secara baris atau kolom dengan kofaktornya

Contoh ekspansi menurut baris pertama

$$A = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Tentukan ekspansi menurut baris kedua dan ketiga, serta kolom pertama, kedua, dan ketiga!

- Ekspansi menurut baris kedua

$$A = -a_{21} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + a_{22} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - a_{23} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

- Ekspansi menurut baris ketiga

$$A = \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

- Ekspansi menurut kolom pertama

$$A = a_{11} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - a_{21} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + a_{31} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

- Ekspansi menurut kolom kedua

$$A = \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

- Ekspansi menurut kolom ketiga

$$A = \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

AYO BERLATIH



Nomor 1



Santi baru saja memulai bisnis jasa titip makanan khas dari pasar Kranggan. Untuk memulai usahanya, Santi menjual tiga jenis makanan khas: gudeg, bakpia, dan geplak. Pada hari pertama, Santi berhasil menjual 6 besek gudeg, 4 kotak bakpia, dan 3 bungkus geplak dengan total keuntungan Rp 99.000. Pada hari kedua, ia menjual 8 besek gudeg, 7 kotak bakpia, dan 5 bungkus geplak dengan total keuntungan Rp 147.000. Pada hari ketiga, ia berhasil menjual 10 besek gudeg, 5 kotak bakpia, dan 8 bungkus geplak dengan total keuntungan Rp 170.000. Berapakah keuntungan yang ditetapkan Santi untuk setiap jenis makanan tersebut?

Jawaban:

Diketahui:

Misalkan

x = besar keuntungan untuk satu besek gudeg

y = besar keuntungan untuk satu kotak bakpia

z = besar keuntungan untuk satu bungkus geplak

maka diperoleh persamaan berikut:

Persamaan 1:

Persamaan 2:

Persamaan 3:

Ditanya:

Nomor 1 (Lanjutan)

Metode/cara apa yang akan Anda gunakan untuk menyelesaikan permasalahan ini? Tuliskan rumusnya!

$$x = \frac{\dots x}{\dots}, y = \frac{\dots \dots}{\dots}, \text{ dan } z = \frac{\dots \dots}{\dots}$$

,dengan $\dots \neq \dots$

Selesaikan permasalahan tersebut sesuai dengan rencana di atas!
SPLTV dari permasalahan tersebut adalah

$$\begin{cases} \dots x + \dots y + \dots z = \dots \\ \dots x + \dots y + \dots z = \dots \\ \dots x + \dots y + \dots z = \dots \end{cases}$$

Sehingga diperoleh bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

- Tentukan nilai determinan utama (D), determinan x (D_x), determinan y (D_y), dan determinan z (D_z). (Boleh menggunakan cara sarrus maupun ekspansi kofaktor)

Nomor 2 (Lanjutan)

Oleh karena itu, diperoleh hasil berikut:

$$x = \frac{\dots}{\dots} = \dots \qquad y = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

dan

$$z = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Apakah Anda yakin dengan hasil perhitungan Anda? Lakukan penyelidikan dan sertakan pembuktiannya!

Yakin / Tidak*

Keterangan: coret yang tidak perlu.

Buktikan dengan substitusi nilai x dan y ke salah satu persamaan

$$\begin{aligned} \dots x + \dots y + \dots z &= \dots \\ \dots (\dots) + \dots (\dots) + \dots (\dots) &= \dots \\ \dots + \dots + \dots &= \dots \\ \dots &= \dots \end{aligned}$$

Apa kesimpulan dari hasil yang Anda peroleh?

Jadi, dapat disimpulkan bahwa keuntungan yang ditetapkan Santi untuk satu besek gudeg, satu kotak bakpia, dan satu bungkus geplek secara berturut-turut adalah $\dots, \dots, \dots$

Link Pengumpulan