



2o de Secundaria Matemáticas

Lunes 08 de febrero

Sucesiones I

NOMBRE:

GRADO Y GRUPO

Aprendizaje esperado: Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.

Énfasis: Explicar la equivalencia de las distintas expresiones algebraicas cuando representan la regla de una misma sucesión.

¿Qué vamos a aprender?

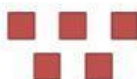
En esta sesión, las actividades están centradas en verificar la equivalencia de expresiones algebraicas a través de la construcción y el análisis de sucesiones numéricas.

¿Qué hacemos?

En la siguiente imagen se muestran tres arreglos formados por cuadrados. El punto de partida fundamental para comenzar el análisis de una sucesión de figuras es determinar que cada arreglo de la sucesión es un término de esta y esos términos se pueden representar utilizando números. Es decir, el primer arreglo será el término 1 de la sucesión, a continuación, el segundo será el término 2 y así, sucesivamente.



Término 1

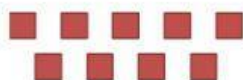


Término 2



Término 3

Una vez representada la sucesión de figuras usando números, se pueden hacer observaciones respecto a la manera como se va construyendo el siguiente término. Incluso se pueden dibujar los siguientes términos.



Término 4



Término 5

Además, los elementos gráficos de la sucesión se pueden analizar numéricamente, convirtiéndolos en una sucesión numérica.

3, 5, 7, 9, 11, ...

Una sucesión es un conjunto de números

ordenados a través de la regla que los origina. Los elementos que forman una sucesión numérica se llaman **términos**. Los términos que constituyen una sucesión pueden calcularse a través de una regla o patrón que puede describirse por medio de una expresión algebraica o regla general. Los puntos suspensivos, significan que la sucesión continúa, es decir, que no tiene fin.

Términos
3, 5, 7, 9, 11, 13 ...
+2 +2 +2 +2 +2
Regla o patrón

$2n + 1$

A continuación, analiza cómo tres alumnos de secundaria explican lo que saben acerca de las sucesiones. Esto, al trabajar con la sucesión de figuras que se usó de ejemplo. Algunos de ellos visualizaron cada término de la sucesión como un conjunto, al cual se agrega cierta cantidad de cuadrados de figura en figura.

Es la expresión algebraica que genera la sucesión.



Término 1



Término 2



Término 3

Alumno 1:

El alumno 1, identificó que la sucesión de figuras va aumentando de dos en dos, pero eso no fue suficiente para que pudiera definir el comportamiento de la sucesión con una expresión algebraica.

Aunque cabe aclarar que identificar el comportamiento de la sucesión es un primer paso muy importante.



$$(n \times 2) + 1$$

Alumna 2:

La alumna 2, a partir de la visualización, consigue expresar las relaciones entre las figuras y es capaz de explicar y dar razón de los crecimientos y la relación de éstos con la posición que ocupan los elementos de la secuencia.

Ella relaciona la cantidad de los elementos presentes en cada arreglo con el número de término que le corresponde, lo que facilita la construcción de la expresión que genera la sucesión. La expresión general la plantea en función del número de término o de posición, al que habitualmente se le asigna la literal "n"

En este caso, la alumna indica que la expresión general de la sucesión es $(n \times 2) + 1$, es capaz de explicarla: "n" es el término, entonces si el término es uno, se multiplicará por dos, más el uno que siempre va a ser constante.

Después, ella lleva su razonamiento al siguiente caso, es decir, en lugar de "n" coloca 2 y comprueba que obtiene el número de elementos del segundo término, que son 5.

Pero ¿esta expresión algebraica funciona para cualquier término de la sucesión? Compruébalo con el quinto término.

Si "n" toma el valor de cinco, entonces en lugar de "n" por dos más uno, se coloca $(5 \times 2) + 1$, el resultado es once y efectivamente, el quinto término de la sucesión tiene once elementos.

$$\begin{aligned} &(n \times 2) + 1 \\ &(5 \times 2) + 1 \\ &10 + 1 = 11 \end{aligned}$$

Término 5



3, 5, 7, 9, **11**, 13...

Alumno 3:



$$n + n + 1$$

El alumno 3 descompuso la secuencia en filas, y cada fila en subelementos que forman subfiguras, cuya cantidad depende de la posición que ocupa cada elemento dentro de la secuencia.

Él escribe: "Los cuadros de abajo son el número de la posición y arriba son el número de la posición más uno". Esto permitió al estudiante organizar de manera

adecuada la relación existente entre los elementos de la figura y lo llevó a generalizar con una expresión algebraica.

En este caso, el número de la posición se representa con "n" y, por lo tanto, el número de elementos que contiene la posición se puede encontrar con $(n + n + 1)$. El primer término "n" representa el número que se asigna "a la posición" del término, y el término "n" más uno se refiere a "el número de la posición más uno".

Esta última expresión es diferente a la que plantea la alumna 2. ¿Alguien está mal?

Alumna 2	Alumno 3
$n \times 2 + 1$	$n + n + 1$
$10 \times 2 + 1$	$10 + 10 + 1$
$20 + 1$	21
21	

Para conocer lo anterior, revisa lo que plantea cada alumno 1 y reflexiona al respecto.

La alumna 2 encuentra la expresión $(n \times 2 + 1)$, mientras que el alumno 3 plantea $(n + n + 1)$. Si se cambia la variable "n" por el número diez ¿qué ocurre en cada caso?

Ambas expresiones llevan al mismo resultado, por lo tanto, ambas son correctas y equivalentes, es decir, son dos expresiones algebraicas diferentes que formulan o representan la misma situación.



Cuando dos o más expresiones algebraicas generan la misma sucesión numérica se dice que las expresiones algebraicas son equivalentes, es decir, tienen el mismo valor.

A continuación, analiza el siguiente ejemplo. $2b = b + b$

¿Qué piensas que pasaría si se cambia la letra “b” por el número 1? Toma un momento para reflexionar y después, observa qué sucede.

Al sustituir la letra “b” por el número 1, se obtiene la siguiente igualdad: $2(1) = 1 + 1$

Si se resuelven las operaciones, se obtiene que 2 es igual a 2. ¿Qué piensas que significa eso?, ¿pasará lo mismo si en lugar del número 1 se usa el número 2, el 3, el 8, o cualquier otro número?

Toma un momento para pensar y reflexionar, después, escribe una breve conclusión en tu cuaderno.

De lo anterior se puede deducir que lo mismo pasará si se sustituye la letra “b” por cualquier número. Cuando sucede esto, se comprueba que las expresiones algebraicas son equivalentes.

Piensa en la siguiente cuestión:

¿Qué se puede hacer para encontrar una expresión equivalente a otra?

Para dar respuesta a la pregunta anterior, trabaja con la siguiente sucesión numérica que está parcialmente formada por los números: **3, 6, 9, 12, 15...**

Los puntos suspensivos indican que la sucesión no tiene fin, es decir, es infinita.

Ahora, encuentra la manera de saber cuál es la regla que genera una sucesión.

Para encontrar la regla general de una sucesión, se identifica la diferencia entre un término y su consecutivo. Asimismo, se observa si la diferencia es constante entre los demás términos.

¿Ya sabes cuál es la diferencia entre los términos de la sucesión anterior?

Primer término
Segundo término
Tercer término
Cuarto término
Quinto término
Enésimo término

3, 6, 9, 12, 15 ...
3, 6, 9, 12, 15 ...

$3n$

$$3(1) = 3$$

$$3(2) = 6$$

$$3(3) = 9$$

$$3(4) = 12$$

$$3(5) = 15$$

Aumenta de 3 en 3

$3n$

Como puedes notar, la sucesión numérica aumenta de tres en tres. Entonces, para escribir la regla general de esa sucesión, se anota el número 3, porque ya sabes que aumenta de tres en tres. Se relaciona con el número de término, es decir, con el número de posición. Como ese número es variable, se le asigna una literal, generalmente la letra “n”.

De tal manera, que la regla que genera la sucesión numérica es $(3n)$. El 3 porque la sucesión va aumentando de tres en tres y la “n” para representar cualquier término de la sucesión.

Un método para encontrar expresiones algebraicas equivalentes a otra, consiste en descomponer una expresión algebraica en sus

partes.

Ahora, debemos preguntarte:

Expresión algebraica:

¿Cómo puedes descomponer $3n$ en partes?

$$3n$$

Se forma de:

$$n, n, n$$

Se descompone cómo:

$$n + n + n$$

$$2n + n$$

Para descomponer una expresión algebraica es muy importante saber leerlas y entender su significado. Si sabes eso, también puedes saber las partes de las que se compone cualquier expresión algebraica.

¿Cuál es el significado de $3n$? $3n$ significa tres veces el valor de "n". Entonces, ¿de cuántas partes se forma $3n$? Piénsalo un momento.

La expresión algebraica $3n$ se forma de tres partes y sus partes son tres letras "n". Ahora, debes pensar una forma diferente de unir esas partes, ¿tienes alguna idea de cómo hacerlo?

Se pueden unir esas letras a través de signos que indiquen una operación, en este caso, puede ser por medio de una suma, ya que, si se suma "n", más "n", más "n", se tiene $3n$; y con eso, ya se ha descompuesto la expresión algebraica; pero también existe otra expresión algebraica equivalente a $3n$, que es $2n$ más "n".

Ahora, encuentra por lo menos dos expresiones algebraicas equivalentes a: $6n + 4$

Primero, observa cuáles son las partes que la forman. Si se separan todos los elementos queda de la siguiente forma:

$$n + n + n + n + n + n + 4$$

Incluso ese cuatro puede separarse en $1 + 1 + 1 + 1$

Con los elementos separados, ¿puedes escribir por lo menos dos expresiones equivalentes? Coméntalas y compáralas a distancia con tus compañeras y compañeros.

Ahora, analiza las siguientes expresiones y responde si son equivalentes:

$$2(3n + 2)$$

☐

$$2n + 2n + 2n + 4$$

n	$2(3n + 2)$	$2n + 2n + 2n + 4$	$6n + 4$
1	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐
50	☐	☐	☐



Entonces, las tres expresiones algebraicas son equivalentes.

Para finalizar, compara las siguientes expresiones.

n	$3(n + 1)$	$5n + 1$	$3n + 3$
1			
2			
10			
50			

Cómo puedes observar, si sólo se calcula el primer término de la sucesión en las expresiones algebraicas " $3(n + 1)$ ", " $5n + 1$ " y " $3n + 3$ ", parece que las expresiones son equivalentes, ya que, en los tres casos, se obtiene el mismo resultado.

Sin embargo, si se hace el cálculo con el segundo término de cada sucesión, puedes identificar que las tres expresiones algebraicas no son equivalentes entre sí.

¿Ya observaste que el valor del segundo término de la segunda expresión algebraica fue diferente? ¿Qué significa eso?

Esto significa que, solamente la primera y la tercera son equivalentes.

Por lo tanto, se puede concluir que: no basta con calcular un solo término para comprobar si dos o más expresiones algebraicas que generan una sucesión son equivalentes.