PERSAMAAN KUADRAT

A. Kompetensi Inti (KI)

Menguasai materi, struktur, konsep dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu

B. Kompetensi Dasar (KD)/Kelompok Kompetensi Dasar (KKD)

Menggunakan konsep-konsep aljabar

C. Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat

D. Uraian Materi Pembelajaran

1. Rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $a \neq 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2,
Dari rumus abc diperoleh:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}, \text{dan} x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

Maka:

1. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ 2. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	3. $\lvert x_1 + x_2 \rvert = \frac{\sqrt{D}}{a}$

Menentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya x_1 dan x_2,

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$
$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 . x_2) = 0$$

Rumus yang sering digunakan:

1. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$
2. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$
3. $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$
4. $(x_1 - x_2) = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}$
5. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2}$

LIVEWORKSHEETS

Contoh soal 1.

Tentukan penyelesaian dari $2x^2 + 7x + 6 = 0$.

Jawab: $2x^2 + 7x + 6 = 0$

$2x^2 + 4x + 3x + 6 = 0$

$2x(x + 2) + 3(x + 2) = 0$

$(x + 2)(2x + 3) = 0$

$x + 2 = 0$ atau $2x + 3 = 0$

$x = -2$ atau $x = -1$

Contoh soal 2

Akar-akar $x^2 - 3x + 4 = 0$ adalah x_1 dan x_2. Dengan tanpa menyelesaikan persamaan tersebut, hitunglah nilai $x_1^2 + x_2^2$?

Penyelesaian:

$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1.x_2 - 2x_1.x_2$

$= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

$= \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right)$

$= (-3)^2 - 2 \cdot 4$

$= 1$

LIVEWORKSHEETS

2. Menyelesaikan masalah persamaan atau fungsi kuadrat dengan menggunakan diskriminan.

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $a \neq 0$, maka nilai diskriminan (D) adalah:

$D = b^2 - 4ac$

a. *Jenis-jenis akar-akar persamaan kuadrat:*
   1) $D \geq 0$, karena real/nyata.
      1) $D > 0$, kedua akar real berlainan.
      2) $D = 0$, kedua akar real kembar/sama.
   2) $D < 0$, kedua akar tidak real/imajiner/khayal.
   3) $D = r^2$, kedua akar rasional (cara menentukan akar lebih mudah menggunakan pemfaktoran).

b. *Hubungan akar-akar persamaan kuadrat:*
   1) Dua akar positif.
      - $D \geq 0$
      - $x_1 + x_2 > 0$
      - $x_1 \cdot x_2 > 0$
   2) Dua akar negatif.
      - $D \geq 0$
      - $x_1 + x_2 < 0$
      - $x_1 \cdot x_2 > 0$
   3) Dua akar berbeda tanda.
      - $D > 0$
      - $x_1 \cdot x_2 < 0$
   4) Dua akar saling berkebalikan.
      - $D \geq 0$
      - $x_1 \cdot x_2 = 1$

c. *Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$, koordinat titik puncak $(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a})$ dan grafik berbentuk parabola:*

LIVEWORKSHEETS

a	$a > 0$	Grafik terbuka ke atas	
	$a < 0$	Grafik terbuka ke bawah	
b	$b > 0$ $a > 0$	Puncak di sebelah kiri sumbu y	
	$b < 0$ $a > 0$	Puncak di sebelah kanan sumbu y	
	$b = 0$	Puncak tepat di sumbu y	
c	$c > 0$	Grafik memotong sumbu y positif	
	$c < 0$	Grafik memotong sumbu y negatif	
	$c = 0$	Grafik melalui titik $(0, 0)$	
D	$D > 0$	Grafik memotong sumbu x	
	$D = 0$	Grafik menyinggung sumbu x	
	$D < 0$	Grafik tidak memotong sumbu x	

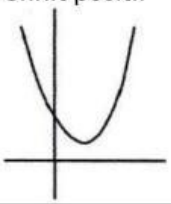
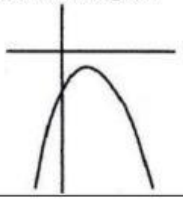
d. Kedudukan garis $g: y = mx + c$ terhadap fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$:

Subitusikan g ke $f(x)$, lalu cari nilai D.

$D > 0$	Berpotongan di dua titik (memotong)	
$D = 0$	Berpotongan di satu titik (menyinggung)	
$D < 0$	Tidak berpotongan (terpisah)	

LIVEWORKSHEETS

e. *Fungsi kuadrat definit positif atau negatif:*

Definit positif 	Grafik fungsi kuadrat seluruhnya berada di atas sumbu x, artinnya untuk setiap nilai x maka nilai y selalu positif. **Syarat:** $a > 0$ dan $D < 0$
Definit negatif 	Grafik fungsi kuadrat seluruhnya berada di bawah sumbu x, artinnya untuk setiap nilai x maka nilai y selalu negatif. **Syarat:** $a < 0$ dan $D < 0$

Contoh soal 1

Buatlah sketsa grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + 4x$

Penyelesaian:

a. Titik potong dengan sumbu X, jika y = 0

$x^2 + 4x = 0$

$x(x + 4) = 0$

$x = 0$ atau $(x + 4) = 0$

$x = -4$

Jadi memotong sumbu X di titik (0, 0) dan (–4, 0)

b. Titik potong dengan sumbu Y, jika x = 0
maka,

$y = 0^2 + 4.0$

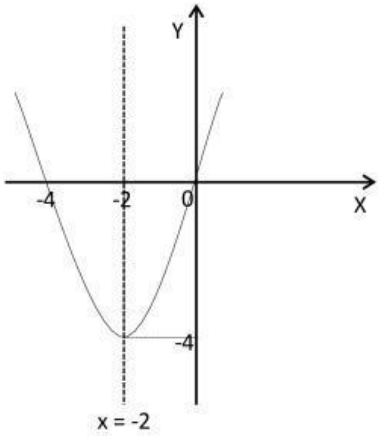
$= 0$

Jadi memotong sumbu Y di titik (0, 0)

c. Persamaan sumbu simetri

$$x = \frac{-4}{2.1} = -2$$

Jadi persamaan sumbu simetrinya x = –2



LIVEWORKSHEETS

LATIHAN SOAL

1. Akar-akar dari persamaan $3x^2 - 13x - 10 = 0$ adalah ….

   A. $x_1 = \frac{2}{3}$ atau $x_2 = 10$

   B. $x_1 = -\frac{2}{3}$ atau $x_2 = -10$

   C. $x_1 = -\frac{2}{3}$ atau $x_2 = 5$

   D. $x_1 = \frac{2}{3}$ atau $x_2 = -5$

2. Bentuk persamaan kuadrat yng memiliki akar-akar -5 dan 2 adalah ....

   A. $x^2 + 3x + 10 = 0$

   B. $x^2 - 5x + 2 = 0$

   C. $x^2 + 2x - 5 = 0$

   D. $x^2 + 3x - 10 =$

3. Diketahui persamaan kuadrat $-3x^2 + 9x - 5 = 0$ jumlah kedua akar-akarnya adalah ....

   A. 15

LIVEWORKSHEETS

B. 9

C. 5

D. 3

4. Himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $x^2 + 3x - 28 = 0$ adalah ….

   A. $\{7, -3\}$

   B. $\{7, -4\}$

   C. $\{3, -7\}$

   D. $\{-7, 4\}$

5. Nilai diskriminan dari persamaan kuadrat $3x^2 - 6x + 10 = 0$ adalah ….

   A. -76

   B. -84

   C. 132

   D. 156

6. Persamaan sumbu simetri dari fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 2x - 8$ adalah ....

   A. $x = 2$

   B. $x = 1$

   C. $x = -2$

   D. $x = -8$

7. Koordinat titik puncak dari fungsi $f(x) = x^2 + 6x + 8$ adalah ....

   A. (-3, 2)

   B. (3, 1)

   C. (-3, -1)

   D. (4, 2)

LIVEWORKSHEETS

LIVEWORKSHEETS