

## VEKTOR

1. Diketahui titik  $K(-1, 3, 2)$  dan  $L(4, 2, -5)$ . Jika  $\vec{m}$  mewakili vektor  $\overrightarrow{KL}$ . Vektor  $\vec{m}$  dalam bentuk vektor kombinasi linear adalah ....

Penyelesaian:

$$\vec{m} = \overrightarrow{KL}$$

$$\vec{m} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

Maka vektor  $\vec{m}$  dalam bentuk kombinasi linear adalah  $\vec{m} = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} + \dots \vec{k}$

2. Diketahui vektor  $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{v} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$  dan  $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ . Hasil dari  $3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$  adalah ....

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} &= 3 \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} ( \times ) - & - \\ ( \times ) - & - \\ ( \times ) - & - \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Maka hasil  $3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$  dalam bentuk kombinasi linear adalah

$$3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} + \dots \vec{k}$$

3. Diketahui titik  $P(3, -1, 2)$ ,  $Q(-1, 5, 4)$ , dan  $R(2, 4, -1)$ . Jika vektor  $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{QR}$ , dan  $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ , maka vektor  $\vec{c}$  adalah ....

Penyelesaian:

Untuk  $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$

$$\vec{a} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

Untuk  $\vec{b} = \overrightarrow{QR}$

$$\vec{b} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

Sehingga untuk  $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

$$\vec{c} = 3 \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

4. Jika titik  $M(2, -5, 8)$  dan  $N(-4, 1, 6)$ . maka besar vektor  $\overrightarrow{MN}$  adalah ....

Penyelesaian:

$$\overrightarrow{MN} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

maka besar vektor  $\overrightarrow{MN} = |\overrightarrow{MN}|$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\phantom{0}^2 + \phantom{0}^2 + \phantom{0}^2}$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\phantom{0} + \phantom{0} + \phantom{0}}$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\phantom{0}}$$

$$|\overrightarrow{MN}| =$$

5. Diberikan dua buah vektor masing-masing  $|\vec{a}| = 8$  dan  $|\vec{b}| = 12$ . Nilai kosinus sudut antara kedua vektor adalah  $\frac{1}{3}$ . Maka nilai dari  $|\vec{a} - \vec{b}|$  adalah ....

Penyelesaian:

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 - 2 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad}$$

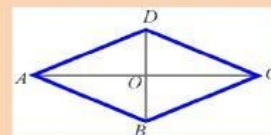
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad + \quad - 2 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad - \quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \quad$$

6. ABCD adalah belah ketupat dengan pusat O. Jika  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  dan  $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$ , maka  $\overrightarrow{BD}$  jika dinyatakan dalam vektor  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  adalah ....



Penyelesaian :

Vektor  $\overrightarrow{BD}$  dengan menggunakan metode segitiga pada operasi penjumlahan didapat:

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\dots\dots\dots} + \overrightarrow{\dots\dots\dots}$$

$$\overrightarrow{BD} = \vec{u} + (-\overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\dots\dots\dots} - \overrightarrow{\dots\dots\dots}$$

7. Jarak pusat  $O(0, 0, 0)$  ke titik  $P(7, -1, 2)$  adalah ....

Penyelesaian:

Jarak pada vektor sama dengan panjang lintasan dari titik awal sampai ke titik akhir,

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{\dots\dots\dots} - \overrightarrow{\dots\dots\dots}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

maka jarak pusat  $O$  ke titik  $P = |\overrightarrow{\dots\dots\dots}|$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad + \quad + \quad}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \quad$$

8. Diketahui titik  $A(3, -2)$ ,  $B(-5, 2)$  dan  $C(2, -7)$ . Titik P membagi AB sehingga  $AP : PB = 3 : 1$ . Vektor yang mewakili  $\overrightarrow{PC}$  adalah . . .

Penyelesaian:

$$AP : PB = 3 : 1$$

$$P = \frac{3 \dots + 1 \dots}{\dots + \dots}$$

$$P = \frac{3 \cdot (\dots, \dots) + (\dots, \dots)}{\dots}$$

$$P = \frac{1}{4} \cdot ((\dots, \dots) + (\dots, \dots))$$

$$P = \frac{1}{4} \cdot (\dots, \dots)$$

$$P = (\dots, \dots)$$

$$\text{maka } \overrightarrow{PC} = \dots - \dots$$

$$\overrightarrow{PC} = (\dots, \dots) - (\dots, \dots)$$

$$\overrightarrow{PC} = (\dots - \dots, \dots - \dots)$$

$$\overrightarrow{PC} = (\dots, \dots)$$

9. Diketahui titik  $A(4, 7, 0)$ ,  $B(6, 10, -6)$  dan  $C(1, 9, 0)$ . Jika  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  dan  $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ , maka besar sudut antara  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  adalah . . .

Penyelesaian :

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$$

dan

$$\vec{v} = \overrightarrow{AC}$$

$$\vec{u} = \vec{\phantom{a}} - \vec{\phantom{a}}$$

$$\vec{v} = \vec{\phantom{a}} - \vec{\phantom{a}}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

Sudut antara  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  adalah  $\theta$ , sehingga :

$$\cos \theta = \frac{\vec{\phantom{a}} \cdot \vec{\phantom{a}}}{|\vec{\phantom{a}}| \cdot |\vec{\phantom{a}}|}$$

$$\cos \theta = \frac{\phantom{0} + \phantom{0}}{\sqrt{\phantom{0}^2 + \phantom{0}^2} \cdot \sqrt{\phantom{0}^2 + \phantom{0}^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{\phantom{0} + \phantom{0}}{\sqrt{\phantom{0} + \phantom{0}} \cdot \sqrt{\phantom{0} + \phantom{0}}}$$

$$\cos \theta = \frac{\phantom{0}}{\sqrt{\phantom{0}} \cdot \sqrt{\phantom{0}}}$$

$$\cos \theta = \frac{\phantom{0}}{\sqrt{\phantom{0}}}$$

$$\cos \theta =$$

$$\text{maka } \theta = \quad ^\circ$$

10. Jika  $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{OB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ , dan  $\theta$  sudut antara vektor  $\vec{OA}$  dan  $\vec{OB}$ ,  $\tan \theta = \dots$

Penyelesaian:

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1 \cdot \quad + \quad \cdot 2 = \quad + \quad =$$

$$|\vec{OA}| = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad}$$

$$|\vec{OB}| = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}| \cdot |\vec{OB}|}$$

$$\cos \theta = \frac{\quad}{\sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \quad$$

Dari  $\cos \theta$  didapat bahwa sisi samping =  $\quad$  dan sisi miring =  $\quad$

$$\text{Sisi depan} = \sqrt{\quad^2 - \quad^2} = \sqrt{\quad - \quad} = \sqrt{\quad} =$$

$$\text{Maka } \tan \theta = \quad$$

11. Diketahui koordinat titik  $X(4, 2, -1)$  dan  $Y(1, 3, 2)$ . Titik  $P$  pada  $XY$  sedemikian rupa sehingga  $XP : YP = -3 : 1$ . Tentukan koordinat titik  $P$ !

Penyelesaian:

$XP : YP = -3 : 1$ , dengan konsep vektor berlawanan maka dapat diubah menjadi  $XP : PY = -3 : \dots$

$$\text{Sehingga } p = \frac{-3 \dots + (\dots)}{-3 + (\dots)}$$

$$p = \frac{\dots - \dots}{\dots}$$

$$p = \frac{1}{\dots} (-x - \dots), \text{ dengan mensubstitusi } X(4, 2, -1) \text{ dan } Y(1, 3, 2). \text{ Maka}$$

$$p = \frac{1}{\dots} \left( - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \right)$$

$$p = \frac{1}{\dots} \left( \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \right)$$

$$p = \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{jadi koordinat titik } P = ( \quad )$$

12. Diketahui dua vektor  $\vec{u} = 6\vec{i} - 4\vec{j}$  dan  $\vec{v} = t\vec{i} + 12\vec{j}$ . Jika vektor  $\vec{u}$  tegak lurus terhadap  $\vec{v}$ , maka nilai  $t$  adalah . . . .

Penyelesaian:

vektor  $\vec{u}$  tegak lurus terhadap  $\vec{v}$ , jika dan hanya jika  $\vec{u} \cdot \vec{v} =$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} =$$

$$\dots \cdot t + \dots \dots \dots = 0$$

$$\dots t - \dots \dots = 0$$

$$\dots t = 0 + \dots$$

$$\dots t = \dots$$

$$t = \dots$$

$$t = \dots$$

13. Pada segitiga PQR dengan koordinat titik  $P(7, -2, 5)$ ,  $Q(5, 0, 4)$  dan  $R(3, -6, 7)$ . Tentukan proyeksi skalar orthogonal vektor  $\overrightarrow{PQ}$  pada  $\overrightarrow{PR}$ .

Penyelesaian:

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = \phantom{0} + \phantom{0} + \phantom{0} =$$

$$|\overrightarrow{PR}| = \sqrt{\phantom{0}^2 + \phantom{0}^2 + \phantom{0}^2} = \sqrt{\phantom{0} + \phantom{0} + \phantom{0}} = \sqrt{\phantom{0}} =$$

maka proyeksi skalar orthogonal vektor  $\overrightarrow{PQ}$  pada  $\overrightarrow{PR}$

$$|\overrightarrow{PQ}_{\overrightarrow{PR}}| = \frac{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PR}|} = \frac{\phantom{0}}{\phantom{0}} =$$