

Bachillerato General "David Alfaro Siqueiros"

Cálculo integral

Bloque 2

Grado y grupo: 3"A"

Nombre del alumno (a): Dulce Lourdes Maldonado Olvera

Métodos de aproximación de rectángulos inscritos

Ejemplo 1

Calcula el área que se encuentra debajo de la función $F(x)=\sqrt{4-x^2}$ en el intervalo $[-1,1]$, con 6 rectángulos inscritos.

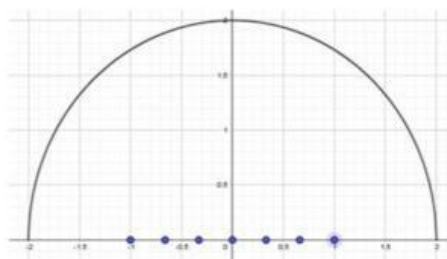
Procedimiento: Obtendremos el valor del ancho de cada rectángulo inscrito, sustituyendo en la fórmula los valores de $a = -1$, $b = 1$ y $n = 6$

$$\text{base del rectángulo} = \frac{b-a}{n}$$

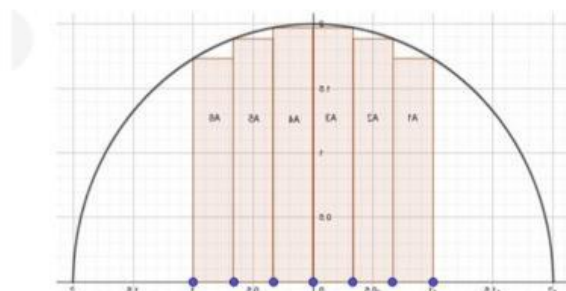
$$\text{base del rectángulo} = \frac{1 - (-1)}{6} = \frac{2}{6} = 0.33$$

Realizamos el trazo de la función como se ha hecho con anterioridad y ubicamos al mismo tiempo los puntos de las bases de los rectángulos inscritos en el eje x, iniciando del valor $x = -1$ e iremos sumando el valor de 0.33, hasta llegar a 1, para posteriormente ubicar los puntos en el eje x.

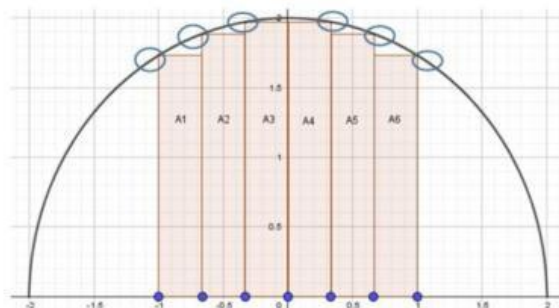
$-1 + 0.33 = -0.67$	$0 + 0.33 = 0.33$
$-0.67 + 0.33 = -0.34$	$0.33 + 0.33 = 0.66$
$-0.34 + 0.33 = 0$	$0.66 + 0.33 = 0.99 \approx 1$



Ya conociendo la ubicación de los puntos de las bases de los rectángulos inscritos procederemos a realizar el trazo de cada uno, recordando que los rectángulos inscritos no deben superar a la función trazada.



Los valores del eje x que se sustituirán en la función original para determinar las alturas de los rectángulos son los mostrados en la siguiente imagen:



Que corresponden a los siguientes valores numéricos del eje x:

Rectángulo 1, $x = -1$

Rectángulo 4, $x = 0.33$

Rectángulo 2, $x = -0.67$

Rectángulo 5, $x = 0.66$

Rectángulo 3, $x = -0.34$

Rectángulo 6, $x = 1$

Ahora procederemos a determinar las áreas correspondientes de cada rectángulo inscrito:

Rectángulo 1

El valor que se sustituye en la función original para obtener la altura (h) es $x = -1$

Base = 0.33

Altura = $\sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - (-1)^2} = 1.73$

Área 1 = $A_1 = (0.33)(1.73) = 0.57u^2$

Rectángulo 2

El valor que se sustituye en la función original para obtener la altura (h) es $x = -0.67$

Base = 0.33

Altura = $\sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - (-0.67)^2} = 1.88$

Área 2 = $A_2 = (0.33)(1.88) = 0.62u^2$

Rectángulo 3

El valor que se sustituye en la función original para obtener la altura (h) es $x = -0.34$

$$\text{Base} = 0.33$$

$$\text{Altura} = \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - (-0.34)^2} = 1.97$$

$$\text{Área 3} = A_3 = (0.33)(1.97) = 0.65u^2$$

Rectángulo 4

El valor que se sustituye en la función original para obtener la altura (h) es $x = 0.33$

$$\text{Base} = 0.33$$

$$\text{Altura} = \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - (0.33)^2} = 1.97$$

$$\text{Área 4} = A_4 = (0.33)(1.97) = 0.65u^2$$

Rectángulo 5

El valor que se sustituye en la función original para obtener la altura (h) es $x = 0.66$

$$\text{Base} = 0.33$$

$$\text{Altura} = \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - (0.66)^2} = 1.88$$

$$\text{Área 5} = A_5 = (0.33)(1.88) = 0.62u^2$$

Rectángulo 6

El valor que se sustituye en la función original para obtener la altura (h) es $x = 1$

$$\text{Base} = 0.33$$

$$\text{Altura} = \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - (1)^2} = 1.73$$

$$\text{Área 6} = A_6 = (0.33)(1.73) = 0.57u^2$$

Para determinar el área total (A_T) debemos hacer la siguiente sumatoria:

$$\sum A_T = A_1 + A_2 + \dots + A_5 = \sum A_T = 0.57 + 0.62 + \dots + 0.57 = \sum A_T = 3.68u^2$$

Ejercicios para resolver

Calcula el área de la región limitada por el método de rectángulos de la función $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x}$ en el intervalo del eje "x" comprendido por $[-7, -2]$, utilizando 8 rectángulos.

2. Calcula el área que se encuentra debajo de la función $f(x)=(2x+1)^2$ en el intervalo $[-0.5, 2]$ con 5 rectángulos inscritos. Y escribe la respuesta :

3. Determina el área que se encuentra debajo de la función $f(x)=1/2 x-1/2$ en el intervalo $[-5, 0]$ con ocho rectángulos inscritos. Escribe la respuesta:

Y