



Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)



Matematika



Transformasi

Identitas Siswa:

Nama :

Kelas :



Kompetensi Inti

KI.3 Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI.4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

Kompetensi Dasar

3.5 menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks

4.5 menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri

Indikator

3.5.1 menentukan matriks komposisi transformasi dengan menghubungkan koordinat titik atau kurva dengan bayangannya.

3.5.2 menjelaskan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks

3.4.1 menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi)

4.1.2 menyelesaikan masalah mengenai luas bangun hasil transformasi.

Tujuan Pembelajaran

1. siswa dapat menjelaskan sifat-sifat transformasi geometri (translasi, refleksi garis, dilatasi dan rotasi) dengan pendekatan koordinat dan menerapkannya dalam menyelesaikan masalah dengan percaya diri.
2. siswa dapat Menentukan titik hasil dengan percaya diri.
3. siswa dapat menentukan bidang hasil dari suatu transformasi dengan percaya diri.
4. siswa dapat menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan transformasi

Petunjuk

1. isilah nama dan kelas pada kotak yang telah disediakan
2. baca dan pahami setiap materi pembelajaran
3. kerjakan setiap latihan yang tersedia
4. isi penyelesaian pada kotak yang telah disediakan
5. klik kirim jika sudah selesai
6. tanyakan kepada guru jika mengalami kesulitan

Transformasi

Transformasi geometri adalah bagian dari geometri yang membahas tentang perubahan (letak, bentuk, penyajian) yang didasarkan dengan gambar dan matriks.



TRANSFORMASI Pergeseran...

1. Pergeseran (Translasi)
2. Pencermian (Refleksi)
3. Perputaran (Rotasi)
4. Pembesaran (Dilatasi)

Watch on YouTube



<https://youtu.be/ZNBSsOC7rPY>

1. Translasi

Misal suatu titik $A(x, y)$ di translasikan oleh $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ maka hasil translasinya adalah $A'(x + a, y + b)$

$$A(x, y) \xrightarrow{T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x + a, y + b)$$

contoh soal



2. Refleksi

Refleksi atau pencerminan yaitu Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin.

a. Refleksi terhadap sumbu x

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x, -y)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

b. Refleksi terhadap sumbu y

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(-x, y)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

c. Refleksi terhadap titik asal $O(0, 0)$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_O} A'(-x, -y)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

d. Refleksi terhadap garis $y = x$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y, x)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

e. Refleksi terhadap garis $x = -y$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(-y, -x)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

f. Refleksi terhadap garis $x = h$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(2h - x, y)$$

g. Refleksi terhadap garis $y = k$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=k}} A'(x, 2k - y)$$

h. Refleksi terhadap titik (a, b)

Serupa dengan rotasi 180° dengan pusat $p(a, b)$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{(a,b)}} A'(2a - x, 2b - y)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$$

i. Refleksi terhadap garis $y = mx$

dengan $m = \tan \alpha$

j. Refleksi terhadap garis $y = x + k$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' - k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y - k \end{pmatrix}$$

k. Refleksi terhadap garis $y = -x + k$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' - k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y - k \end{pmatrix}$$

contoh soal

SF 2 CONTOH SOAL REFLEKSI

2 contoh soal refleksi dan ...

koordinat bayangan titik $A(-2, -3)$, bila dicerminkan terhadap garis $y = x$ adalah ...

a. $(2, 3)$

b. $(-2, 3)$

c. $(-3, -2)$

Watch on  YouTube



Rotasi

Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik pusat rotasi.

Secara umum rotasi dengan pusat $p(a,b)$ dengan sudut putar α adalah:

$$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$$

Keterangan:

Jika diputar berlawanan arah jarum jam maka α bernilai positif, dan jika diputar searah jarum jam maka α bernilai negatif.

contoh soal



Dilatasi

Transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Secara umum dilatasi dengan pusat $p(a,b)$ dengan faktor dilatasi k adalah:

$$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$$

contoh soal



Komposisi Transformasi

Komposisi Transformasi adalah transformasi yang diperoleh dari gabungan beberapa transformasi.

Jika titik $A(x,y)$ ditransformasi oleh T_1 kemudian dilanjutkan ditransformasi oleh T_2 dalam bagan berurutan dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$A(x,y) \xrightarrow{T_1} A'(x',y') \xrightarrow{T_2} A''(x'',y'')$$

Pengerjaan transformasi tersebut dapat di tulis dengan:

$$T_2 \circ T_1 A(x,y) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} A''(x'',y'')$$



Komposisi transformasi dengan matriks

Jika T_1 adalah transformasi yang bersesuaian dengan matriks $M_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan T_2 adalah transformasi yang bersesuaian dengan matriks $M_2 = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$ maka komposisi transformasi :

1. $T_2 \circ T_1$ adalah perkalian matriks $M_2 \cdot M_1$

$$T_2 \circ T_1 = M_2 \cdot M_1 = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

2. $T_1 \circ T_2$ adalah perkalian matriks $M_1 \cdot M_2$

$$T_1 \circ T_2 = M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

contoh soal



Luas Daerah Bangun Hasil Transformasi

Jika matriks transformasi $T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun A menjadi A' , maka:

$$\text{Luas Bangun } A' = |\det T| \times \text{luas Bangun } A$$

$|\det T|$ dinamakan faktor perbesaran luas, merupakan nilai mutlak determinan matriks T .

$$|\det T| = |ad - bc|$$



contoh soal



Tabel Transformasi Geometri

No.	Tipe Transformasi	Hasil (Bayangan)	Matriks Transformasi
1.	Translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$	$P(x, y) \rightarrow P(x + a, y + b)$	$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
2.	Pencerminan terhadap sumbu X	$P(x, y) \rightarrow P(x, -y)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
3.	Pencerminan terhadap sumbu Y	$P(x, y) \rightarrow P(-x, y)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
4.	Pencerminan terhadap titik asal $(0, 0)$	$P(x, y) \rightarrow P(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
5.	Pencerminan terhadap garis $y = x$	$P(x, y) \rightarrow P(y, x)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
6.	Pencerminan terhadap garis $y = -x$	$P(x, y) \rightarrow P(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
7.	Pencerminan terhadap garis $x = h$	$P(x, y) \rightarrow P(2h - x, y)$	-
8.	Pencerminan terhadap garis $y = k$	$P(x, y) \rightarrow P(x, 2k - y)$	-
9.	Pencerminan terhadap titik (a, b)	$P(x, y) \rightarrow P(2a - x, 2b - y)$	-
10.	Rotasi terhadap titik pusat $O(0, 0)$ sejauh θ berlawanan arah jarum jam	$P(x, y) \rightarrow P(x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta)$	$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$
11.	Rotasi terhadap titik pusat $A(a, b)$ sejauh θ berlawanan arah jarum jam	$P(x, y) \rightarrow P((x - a) \cos \theta - (y - b) \sin \theta + a, (x - a) \sin \theta + (y - b) \cos \theta + b)$	$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
12.	Dilatasi terhadap titik pusat $O(0, 0)$	$P(x, y) \rightarrow P(kx, ky)$	$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$
13.	Dilatasi terhadap titik pusat $A(a, b)$	$P(x, y) \rightarrow P(k(x - a), k(y - b))$	$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$



latihan Soal pilihan ganda

1. Diketahui titik $P'(3, -13)$ adalah bayangan titik P oleh translasi $T = \begin{pmatrix} -10 \\ 7 \end{pmatrix}$ koordinat titik P adalah...

☐ A (13, -20)	☐ D (-5, -4)
☐ B (13, -4)	☐ E (-5, -20)
☐ C (4, 20)	
2. Bayangan titik $P(a, b)$ oleh rotasi terhadap titik pusat $(0, 0)$ sebesar -90° adalah $P'(-10, -2)$. Nilai dari $a + 2b = \dots$

☐ A -18	☐ D 18
☐ B -8	☐ E 22
☐ C 8	
3. Bayangan titik $A(-1, 4)$ jika direfleksikan terhadap garis $y = -x$ adalah...

☐ A $A'(4, 1)$	☐ D (4, 3)
☐ B $A'(-4, 1)$	☐ E (-4, -1)
☐ C $A'(4, -1)$	
4. Bayangan titik $P(5, 4)$ jika dilatasi terhadap pusat $(-2, -3)$ dengan faktor skala -4 adalah...

☐ A (-30, -31)	☐ D (-14, -1)
☐ B (-30, 7)	☐ E (-14, -7)
☐ C (-26, -1)	
5. Titik $B(3, -2)$ dirotasikan sebesar 90° terhadap titik pusat $P(-1, 1)$. Bayangan titik B adalah....

☐ A $B'(-4, 3)$	☐ D $B'(1, 4)$
☐ B $B'(-2, 1)$	☐ E $B'(2, 5)$
☐ C $B'(-1, 2)$	

LATIHAN SOAL ESSAY

1. Diketahui koordinat titik $T(-1,5)$. Bayangan titik T oleh transformasi yang diwakili oleh matriks $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ dilanjutkan refleksi terhadap garis $x = 8$ adalah...

2. Segitiga ABC dengan titik $A(-2,3)$, $B(2,3)$, $C(0,-4)$ didilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 4. Luas segitiga setelah didilatasi adalah....

3. Bayanga garis $3x - y + 2 = 0$ apabila dicerminkan terhadap garis $y = x$ dan dilanjutkan dengan rotasi sebesar 90° dengan pusat $(0,0)$ adalah....

