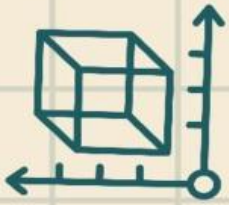
Kurikulum Merdeka

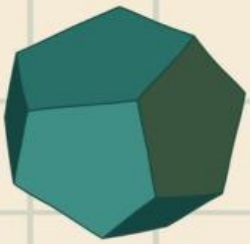
LKPD MATEMATIKA

DILATASI

(TRANSMORMASI GEOMETRI)

VI A





Disusun oleh : KELOMPOK 4

LIVEWORKSHEETS

Capaian Pembelajaran

Pada akhir fase D, peserta didik dapat melakukan transformasi tunggal (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) titik, garis, dan bangun datar pada bidang koordinat Kartesius dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

Aktivitas 1 : Mempelajar I

Merupakan perubahan titik suatu objek pada bidang geometri berdasarkan nilai faktor pengalinya.

Dilatasi

Titik

Pada dilatasi titik menentukan posisi dari dilatasi. Titik ini menjadi tempat pertemuan dari semua garis lurus yang menghubungkan antara titik dalam suatu bangunan ke titik hasil dilatasi.

Faktor

Sedangkan pada faktor dilatasi adalah faktor perkalian dari suatu bangun yang sudah didilatasikan.

Contoh

Miniature mobil dan monas ini merupakan pengecilan dari ukuran aslinya

LIVEWORKSHEETS

Coba amatilah kegiatan dibawah ini ! apakah kegiatan ini juga menggunakan konsep dilatasi ? coba jelaskan !

Kegiatan pada gambar di bawah ini juga menggunakan konsep dilatasi, dimana bintang yang terlihat sangat kecil hampir seperti itik putih biasa oleh mata manusia biasa dapat terlihat lebih besar dan lebih jelas jika dilihat menggunakan teropong bintang.

JENIS DILATASI BERDASARKAN TITIK PUSATNYA

1. Dilatasi dengan pusat (0, 0) dan faktor skala k: (x, y) maka dirumuskan : (kx, ky)
2. Dilatasi dengan pusat (a, b) dan faktor skala k: (x, y)

   maka (kx = k(x-a) + a, (k(y-b) + b))

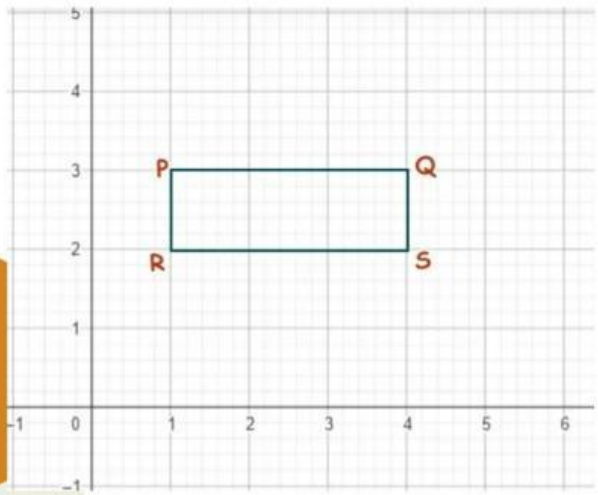
1. Dilatasi Terhadap Titik Pusat (0, 0)

Nah, untuk menentukan koordinat (x', y'), kamu bisa tentukan menggunakan persamaan matriks seperti di bawah ini.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

CONTOH SOAL

Suatu objek berbentuk persegipanjang PQRS berada di bidang koordinat Cartesius seperti berikut.



Jika objek tersebut didilatasikan terhadap titik pusat dengan k = 2, tentukan bentuk bayangan yang terjadi!

LIVEWORKSHEETS

PENYELESAIAN :

Mula-mula, tentukan dahulu koordinat titik P, titik Q, titik R, dan titik S seperti pada tabel.

Titik	Koordinat
P	…
Q	…
R	….
S	…

Selanjutnya, tentukan koordinat titik P', titik Q', titik R', dan titik S' dengan persamaan dilatasi terhadap titik pusat.

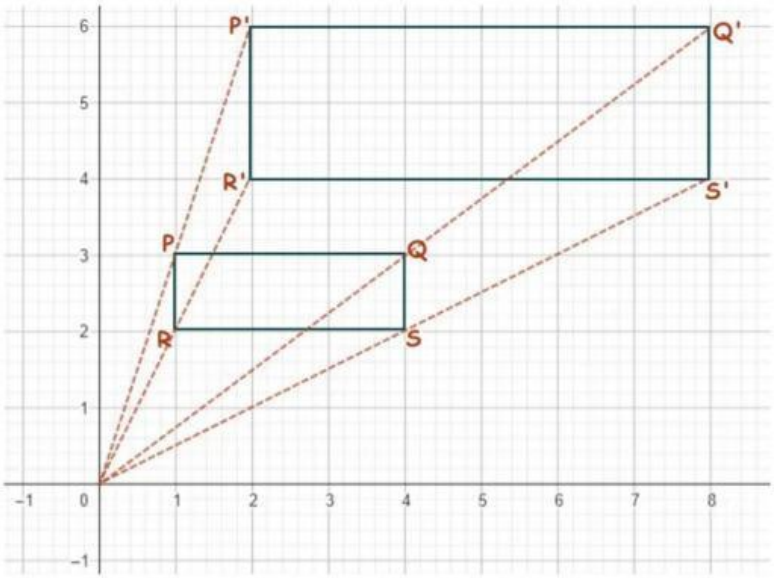
Titik P' $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ Dengan demikian P' = …	**Titik Q'** $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ Dengan demikian Q' = ….
Titik R' $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ Dengan demikian R' = …	**Titik S'** $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ Dengan demikian S' = …

LIVEWORKSHEETS

Diperoleh:

Titik awal	Koordinat	Titik akhir	Koordinat
P	….	P’	….
Q	….	Q’	….
R	….	R’	….
S	….	S’	….

Jika digambarkan dalam koordinat Cartesius menjadi:



2. Dilatasi Terhadap Titik Pusat (a, b)

Jika titik A mengalami dilatasi terhadap titik pusat (a, b) dengan faktor pengali k, maka secara matematis bisa dinyatakan sebagai:

$$A(x, y)D_{[(a,b),k]} \rightarrow A'(x', y')$$

Lalu, bagaimana cara menentukan koordinat akhir dilatasinya? Koordinat akhir bisa dicari dengan persamaan matriks berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

CONTOH SOAL

Suatu segitiga ABC memiliki titik koordinat sebagai berikut:

Titik A = (4, 6)

Titik B = (2, 2)

Titik C = (6, 2)

Jika segitiga tersebut didilatasi terhadap titik pusat (2, -2) dengan faktor pengali = $-\frac{1}{2}$, tentukan gambar objek beserta hasil dilatasinya!

PENYELESAIAN :

Sebelum mengeplot titik A, B, dan C pada koordinat Cartesius, sebaiknya tentukan dulu koordinat hasil dilatasinya, ya.

Koordinat titik A'	**Koordinat titik B'**
Diketahui titik A (4, 6); $k = -\frac{1}{2}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \cdots \\ \mathbf{y} - \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & 0 \\ 0 & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots - \cdots \\ \cdots \ \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$ Dengan demikian, A' = (1, -6).	Diketahui titik B (2, 2), $k = -\frac{1}{2}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \cdots \\ \mathbf{y} - \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & 0 \\ 0 & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots - \cdots \\ \cdots \ \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$ Dengan demikian B' = ….

Koordinat titik C'

Diketahui titik C (6, 2), $k = -\frac{1}{2}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \cdots \\ \mathbf{y} - \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

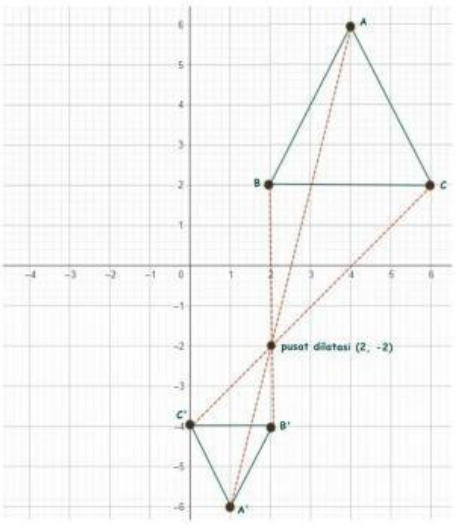
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & 0 \\ 0 & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots - \cdots \\ \cdots \ \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, C' = (0, −4).

LIVEWORKSHEETS

Jika titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam koordinat Cartesius, akan diperoleh gambar seperti berikut.



Activitas 2 :Ayo Mencoba

1. Diketahui koordinat titik P(-8,12). Dilatasi [P,1] memetakan titik (-4,8) ke titik …

   Jawab :

   Dilatasi dengan pusat P(a,b) dan faktor skala k

   - $A(x,y) \xrightarrow{[P,k]} A'(x',y')$

     Dengan $x' - a = k(x - a)$

     $y' - b = k(y - b)$
   - a = -8, b = 12, x = -4, y = 8
   - $x' - a \quad = k(x - a)$
   - $x' - (-8) = 1(-4 - (-8))$
   - $x' + 8 \quad = 1(-4 + 8)$
   - $x' \quad = 1(-4 + 8) - 8$
   - $x' \quad = -4$

   - $y' - 12 = 1(8 - 12)$
   - $y' \quad = 1(8 - 12) + 12$
   - $y' \quad = 8$

   Jadi dilatasi [P,1] memetakan titik (-4,8) ke titik (-4,8)

LIVEWORKSHEETS

2. Bayangan titik P(5,4) jika didilatasikan terhadap pusat (-2,-3) dengan faktor skala -4 adalah …

   Jawab :

   - Dilatasi dengan pusat P(a,b) dan faktor skala k
   - $A(x,y) \xrightarrow{[P,k]} A'(x',y')$

     Dengan $x' - a = k(x-a)$

     $y' - b = k(y-b)$
   - a =…

     b = … ,

     x = … ,

     y = … ,

     k =…
   - $x' - a \quad = k(x-a)$
   - $x' - \cdots = -4(\ \ldots\ - \ \ldots\ )$
   - $x' + \ \ldots\ = \ \ldots$

   Jadi diperoleh bahwa P'(… , ….)

3. Diketahui segitiga A B C dengan titik sudut masing-masing A(1,3), B(2,3) dan C(2,1). Gambar segitiga A B C dan bayangannya setelah didilatasi dengan faktor skala 3 dengan pusat dilatasi titik awal!

   Jawab :

   - Dilatasi dengan pusat O(0,0) dan faktor skala k
   - $P(x,y) \xrightarrow{[O,k]} P'(kx,ky)$
   - $A(1,3) \xrightarrow{[O,3]} A'(\ \ldots\ ,\ldots\ )$
   - $B(2,3) \xrightarrow{[O,3]} A'(\ \ldots\ ,\ \ldots\ )$
   - $C(2,1) \xrightarrow{[O,3]} A'(\ \ldots\ ,\ \ldots\ )$

LIVEWORKSHEETS

Amatilah Video berikut !

Activitas 3 : Latihan Mengerjakan

Cobalah selesaikan pertanyaan dibawah ini dengan tepat !

Pertanyaan	Jawaban
1. Diketahui koordinat A(-1,1), B(3,1), dan C(0,8). Luas bayangan bangun ABC hasil dilatasi D[O,3] adalah ...	
2. Titik X'(-6,9) merupakan bayangan titik X(4,-6) oleh dilatasi dengan pusat O(0,0) dengan faktor skala k . Nilai k adalah ...	
3. Tentukan bayangan titik P(2,-1) oleh dilatasi terhadap titik pusat A(3,4) dengan faktor skala -3	

LIVEWORKSHEETS

Hubungkan soal dengan jawaban yang tepat, kemudian tuliskan cara memperoleh jawaban tersebut !

Soal	Jawaban	Tuliskan Caranya
1. Bayangan titik N (-3,4) oleh dilatasi pusat O (0,0) dengan faktor skala -3 adalah N'(p,q). Nilai dari titik N' adalah …	A. (11,-5)	
2. . Bayangan titik E (-3,4) oleh dilatasi pusat O (2,1) dengan factor skala 3 adalah.	B. (-60,-31)	
3. **3.** Tentukan bayangan titik A (2,1) oleh dilatasi D [(1,3),4]...	C. (16,-42)	
4. Jika titik A(8,9) dicerminkan terhadap garis y = -6 kemudian dilanjutkan dilatasi [O,2) akan menghasilkan bayangan...	C. (9, -12)	
5. Titik A(3,5) didilatasikan dengan pusat P(10,9) dan faktor skala 10 maka bayangannya adalah...	D. (16,10)	

LIVEWORKSHEETS

Activitas 4 : Menyimpulkan

LIVEWORKSHEETS