

Pertemuan 5

AKTIVITAS 1: Menentukan Determinan Matriks 3×3

Cermati permasalahan berikut:

Sebuah perusahaan penerbangan menawarkan perjalanan wisata ke negara A, perusahaan tersebut mempunyai tiga jenis pesawat yaitu Airbus 100, Airbus 200, dan Airbus 300. Setiap pesawat dilengkapi dengan kursi penumpang untuk kelas turis, ekonomi, dan VIP. Jumlah kursi penumpang dari tiga jenis pesawat tersebut disajikan pada tabel berikut.

Kategori	Airbus 100	Airbus 200	Airbus 300
Kelas Turis	50	75	40
Kelas Ekonomi	30	45	25
Kelas VIP	32	50	30

Perusahaan telah mendaftar jumlah penumpang yang mengikuti perjalanan wisata ke negara A seperti pada tabel berikut

Kategori	Jumlah Penumpang
Kelas Turis	305
Kelas Ekonomi	185
Kelas VIP	206

Berapa banyak pesawat masing-masing yang harus dipersiapkan untuk perjalanan tersebut?

Penyelesaian:

Untuk memudahkan kita menyelesaikan masalah ini, kita misalkan:

x = banyaknya pesawat Airbus 100

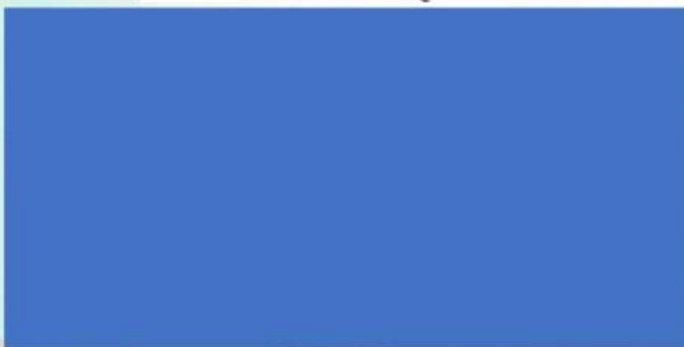
y = banyaknya pesawat Airbus 200

z = banyaknya pesawat Airbus 300

Apabila kita tuliskan ke dalam bentuk matriks maka persamaan matriksnya adalah:

$$A = \begin{bmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 305 \\ 185 \\ 206 \end{bmatrix}$$

Perhatikan video berikut ini sebagai bahan informasi



Masih ingatkan mana yang merupakan matriks koefisien, matriks peubah dan matriks konstanta.

Misalkan D adalah determinan matriks koefisien, maka D adalah:

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{vmatrix} 50 & 75 & \blacksquare \\ 30 & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 50 & 75 \\ 30 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{vmatrix} \\
 &= ((50 \times \blacksquare \times \blacksquare) + (75 \times \blacksquare \times \blacksquare) + (\blacksquare \times 30 \times \blacksquare)) \\
 &\quad - ((\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare) + (\blacksquare \times \blacksquare \times 50) + (\blacksquare \times 30 \times 75)) \\
 &= (\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare) - (\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare) \\
 &= \blacksquare - \blacksquare \\
 &= \blacksquare
 \end{aligned}$$

Untuk menentukan nilai x , y dan z kita akan menggunakan determinan matriks sebagai cara menyelesaikan permasalahan tersebut

Misalkan D_x adalah determinan matriks koefisien yang elemen **kolom pertama** diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_x adalah:

$$\begin{aligned}
 D_x &= \begin{vmatrix} 305 & 75 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 305 & 75 \\ \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{vmatrix} \\
 &= ((305 \times \blacksquare \times \blacksquare) + (75 \times \blacksquare \times \blacksquare) + (\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare)) \\
 &\quad - ((\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare) + (\blacksquare \times \blacksquare \times 305) + (\blacksquare \times \blacksquare \times 75)) \\
 &= (\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare) - (\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare) \\
 &= \blacksquare - \blacksquare \\
 &= \blacksquare
 \end{aligned}$$

Misalkan D_y adalah determinan matriks koefisien yang elemen **kolom kedua** diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_y adalah

$$\begin{aligned}
 D_y &= \begin{vmatrix} 50 & 305 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 50 & 305 \\ \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{vmatrix} \\
 &= ((50 \times \blacksquare \times \blacksquare) + (305 \times \blacksquare \times \blacksquare) + (\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare)) \\
 &\quad - ((\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare) + (\blacksquare \times \blacksquare \times 50) + (\blacksquare \times \blacksquare \times 305)) \\
 &= (\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare) - (\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare) \\
 &= \blacksquare - \blacksquare \\
 &= \blacksquare
 \end{aligned}$$

Misalkan D_z adalah determinan matriks koefisien yang elemen kolom ketiga diganti dengan elemen matriks konstanta, maka D_z adalah

$$\begin{aligned}
 D_z &= \begin{vmatrix} 50 & 75 & 305 \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 50 & 75 \end{vmatrix} \\
 &= ((50 \times \square \times \square) + (75 \times \square \times \square) + (305 \times \square \times \square)) \\
 &\quad - ((\square \times \square \times 305) + (\square \times \square \times 50) + (\square \times \square \times 75)) \\
 &= (\square + \square + \square) - (\square + \square + \square) \\
 &= \square - \square \\
 &= \square
 \end{aligned}$$

Nilai x, y dan z ditentukan dengan rumus: $x = \frac{D_x}{D}$, $y = \frac{D_y}{D}$ dan $z = \frac{D_z}{D}$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\square}{\square} = \square$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\square}{\square} = \square$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{\square}{\square} = \square$$

Jadi, banyaknya pesawat Airbus 100 yang disediakan sebanyak $\square$ unit,
 banyaknya pesawat Airbus 200 yang disediakan sebanyak $\square$ unit
 banyaknya pesawat Airbus 300 yang disediakan sebanyak $\square$ unit