



HLEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS

Materi Pelajaran	:	Matematika	Kelompok	:
Fase/Kelas	:	F/XI	Anggota Kelompok	:
Elemen	:	Aljabar dan Fungsi	1.	
Sub Elemen	:	Matriks	2.	
Alokasi Waktu	:	3JP	3.	
			4.	
			dst.	

Tujuan Pembelajaran



Melalui pendekatan CRT, peserta didik dapat :

1. Menentukan determinan matriks persegi berordo
2. Menentukan determinan matriks persegi berordo dengan metode Sarrus
3. Menentukan determinan matriks persegi berordo dengan metode Ekspansi Kofaktor
4. Memahami sifat determinan matriks
5. Menentukan invers matriks
6. Memahami sifat invers matriks
7. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) dengan determinan dan invers matriks

Petunjuk Pengerjaan Soal

Diskusikanlah penyelesaian dari soal-soal berikut dengan kelompok masing-masing.



Identifikasi Masalah

1. Diketahui matriks-matriks sebagai berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Tunjukkan bahwa matriks A dan B merupakan dua matriks yang saling invers!

Penyelesaian

Matriks A dan B dikatakan saling invers jika $\boxed{\quad} = \boxed{\quad} = I$
Maka diperoleh,

$$\begin{aligned}\boxed{\quad} &= \left(\begin{array}{cc|cc} & & & \\ & & & \\ \hline & & & \\ & & & \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc|cc} & & & \\ & & & \\ \hline & & & \\ & & & \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc|cc} & & & \\ & & & \\ \hline & & & \\ & & & \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc|cc} & & & \\ & & & \\ \hline & & & \\ & & & \end{array} \right)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= I \\ \boxed{\quad} &= \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \\ &= I \end{aligned}$$

Karena $\boxed{\quad} = \boxed{\quad} = I$, maka matriks A dan B merupakan $\boxed{\quad}$

2. Diketahui matriks-matriks sebagai berikut.

$$P = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 9 & -7 \end{pmatrix} \text{ dan } Q = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Tentukan matriks X berordo 2×2 yang memenuhi persamaan-persamaan matriks berikut!

- $PX = Q$
- $XP = Q$

Penyelesaian

- $PX = Q$

Penyelesaian matriks $PX = Q$ adalah $X = \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad}$

Maka,

$$\det P = \left| \begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right| = ad - bc = \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} - \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} = \boxed{\quad} - \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\text{sehingga } \boxed{\quad} = \frac{1}{|P|} \text{ Adj } P$$

$$\boxed{\quad} = \frac{1}{\boxed{\quad}} \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right)$$

$$\boxed{\quad} = \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right)$$

$$X = \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right) \end{aligned}$$

Jadi, pada persamaan $PX = Q$ diperoleh persamaan matriks $X = \left(\begin{array}{cc} \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} & \boxed{\quad} \end{array} \right)$.

- $XP = Q$



Penyelesaian matriks $XP = Q$ adalah $X = \boxed{} \boxed{}$

Maka,

$\det P = \boxed{}$

$X = \boxed{} \boxed{}$

$$= \left(\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array} \right)$$

Jadi, pada persamaan $PX = Q$ diperoleh persamaan matriks $X = \left(\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array} \right)$.

3. Perhatikan permasalahan di bawah ini!



Bagi warga Semarang, siapa yang tidak kenal dengan kedua makanan ini? Makanan khas Semarang yang mempunyai cita rasa sendiri mampu menarik perhatian wisatawan yang berlibur di Semarang. Ya, kedua makanan ini yaitu Lumpia dan Tahu Pong. Lumpia adalah kuliner khas Semarang yang terbuat dari adonan tepung yang kemudian diberi isian lalu dilipat dan digulung kemudian digoreng di minyak panas. Isian dari lumpia adalah daging ayam, bawang putih, telur orak-arik, ebi, kecap, sayuran, dan rebung. Sedangkan tahu pong merupakan makanan khas Semarang yang nikmat dihidangkan dengan dicocol atau disiram kuah berwarna gelap, terbuat dari kecap, bawang dan petis. Sekali 'hap', Anda akan menikmati campuran rasa gurih, pedas, dan manis plus tekstur renyah tahu.

Rina dan Susi merupakan siswa SMK Negeri 6 Semarang dengan jurusan Perhotelan. Ia sudah sangat familiar dengan makanan khas daerah Semarang yaitu Lumpia dan Tahu Pong karena kedua makanan khas tersebut berkaitan erat dengan dunia perhotelan. Suatu hari, Rina dan Susi diminta membeli Lumpia dan Tahu Pong di tempat yang sama namun dengan waktu yang berbeda untuk memenuhi permintaan tamu hotel. Rina membeli 7 biji Lumpia dan 10 biji Tahu Pong seharga Rp. 113.000,00. Tiga jam kemudian, Susi membeli Lumpia sebanyak 4 biji dan Tahu Pong sebanyak 10 biji dengan harga Rp. 68.000,00. Rina dan Susi ingin mencari tahu harga satuan dari Lumpia dan Tahu Pong yang mereka beli. Jika Rina dan Susi menggunakan invers matriks, berapa harga satu Lumpia dan satu Tahu Pong yang dibeli Rina dan Susi?



Berdasarkan masalah di atas, buatlah model matematika dan sajikan dalam bentuk matriks, kemudian tentukan harga satu Lumpia dan satu Tahu Pong menggunakan invers matriks!

Penyelesaian

Misalkan, = harga satu buah Lumpia dan = harga satu buah Tahu Pong

- Rina membeli 7 biji Lumpia dan 10 biji Tahu Pong seharga Rp. 113.000,00.

Berdasarkan kalimat tersebut, didapatkan model matematika sebagai berikut :

$$\begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array} + \begin{array}{c} \text{yellow square} \\ \text{yellow square} \end{array} = 113.000 \dots\dots\dots(1)$$

- Susi membeli Lumpia sebanyak 4 biji dan Tahu Pong sebanyak 10 biji dengan harga Rp. 68.000,00.

Berdasarkan kalimat tersebut, didapatkan model matematika sebagai berikut :

$$\begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \\ \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array} + \begin{array}{c} \text{yellow square} \\ \text{yellow square} \end{array} = 68.000 \dots\dots\dots(2)$$

Mengubah persamaan ke dalam bentuk matriks, diperoleh :

$$\left(\begin{array}{c} \text{yellow square} \\ \text{yellow square} \\ \text{yellow square} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{yellow square} \\ \text{yellow square} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 113.000 \\ 68.000 \end{array} \right)$$

A X B

Diperoleh persamaan matriks $AX = B$.

Mencari nilai x dan y = mencari matriks X.

Penyelesaian matriks $AX = B$ adalah $X = \begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array}$

Sehingga,

$$\det A = \begin{vmatrix} \text{yellow square} & \text{yellow square} \\ \text{yellow square} & \text{yellow square} \end{vmatrix} = ad - bc = \text{yellow square} \cdot \text{yellow square} - \text{yellow square} \cdot \text{yellow square} = \text{yellow square} - \text{yellow square} = \text{yellow square}$$

$$\begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array} = \frac{1}{|P|} \text{Adj } P$$

$$\begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array} = \frac{1}{\text{green square}} \begin{pmatrix} \text{yellow square} & \text{yellow square} \\ \text{yellow square} & \text{yellow square} \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array} = \begin{pmatrix} \text{yellow square} & \text{yellow square} \\ \text{yellow square} & \text{yellow square} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{yellow square} & \text{yellow square} \\ \text{yellow square} & \text{yellow square} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{blue square} \\ \text{blue square} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{yellow square} & \text{yellow square} \\ \text{yellow square} & \text{yellow square} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{yellow square} \\ \text{yellow square} \end{pmatrix}$$



SMK N 6 SEMARANG

Sehingga diperoleh nilai $x =$ dan $y =$.

Jadi, harga satu Lumpia dan satu Tahu Pong yang dibeli Rina dan Susi berturut-turut yaitu

dan .

Ayo Simpulkan!