



“INTEGRAL INDIFINIDA”

BACHILLERATO GENERAL OFICIAL:
DAVID ALFARO SIQUEIROS

ASIGNATURA: CALCULO INTEGRAL

NOMBRE DEL DOCENTE: MTRO.
ABISAI ORDUÑA MARTÍNEZ

NOMBRE DEL ALUMNO: SHARON
JOCELYN FERNÁNDEZ HERNÁNDEZ,
TERESA CORTES PÉREZ

GRADO: 1 GRUPO: “A”

SEMESTRE: QUINTO

BLOQUE: 1

Teoremas básicos de integración

El **teorema fundamental del cálculo** consiste (intuitivamente) en la afirmación de que la derivación e integración de una función son operaciones inversas. Esto significa que toda función acotada e integrable (siendo continua o discontinua en un número finito de puntos) verifica que la derivada de su integral es igual a ella misma. Este teorema es central en la rama de las matemáticas denominada análisis matemático o cálculo infinitesimal.

El teorema fundamental del cálculo dice que la **derivada de la integral** $F(x)$ de la función continua $f(x)$ es la propia $f(x)$

Fórmula

$$F'(x) = f(x)$$

El teorema fundamental del cálculo nos indica que la derivación y la integración son operaciones inversas.

Al integrar una función continua y luego derivarla se recupera la función original.

Ejemplos

Ejercicio 1

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt$$

De acuerdo con (1)

$$F'(x) = \frac{d}{dx} \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt = f(b(x)) \cdot b'(x) - f(a(x)) \cdot a'(x)$$

Donde

$$f(t) = \frac{1}{1+t^2},$$

$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$

$$b(x) = x \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 1,$$

Por lo tanto

$$F'(x) = f(x) \cdot 1 - f(1) \cdot 0$$

$$= \frac{1}{1+x^2}$$

Ejercicio 2

$$F(x) = \int_x^1 \frac{1}{1+t^2} dt$$

Recordemos que

$$F(x) = \int_x^1 \frac{1}{1+t^2} dt = - \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt$$

Entonces del ejemplo anterior

$$F'(x) = - \frac{1}{1+x^2}$$

Ejercicio 3

$$F(x) = \int_1^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt$$

De nuevo, de acuerdo con (1)

$$F'(x) = \frac{d}{dx} \int_1^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = f(b(x)) \cdot b'(x) - f(a(x)) \cdot a'(x)$$

Donde

$$f(t) = \frac{1}{1+t^2},$$

$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$

$$b(x) = x^2 \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 2x,$$

Por lo tanto

$$F'(x) = f(x^2) \cdot 2x - f(1) \cdot 0$$

$$= \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot 2x$$

$$= \frac{1}{1+x^4} \cdot 2x$$

Ejercicio 4

$$F(x) = \int_1^{x^3} \frac{1}{1+t^2} dt$$

En este caso tenemos que

$$f(t) = \frac{1}{1+t^2},$$

$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$

$$b(x) = x^3 \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 3x^2,$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{d}{dx} \int_1^{x^3} \frac{1}{1+t^2} dt \\ &= f(x^3) \cdot 3x^2 - f(1) \cdot 0 \\ &= \frac{1}{1+(x^3)^2} \cdot 3x^2 \\ &= \frac{1}{1+x^6} \cdot 3x^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 5

$$F(x) = \int_1^{x^2} e^{t^2} dt$$

Tenemos que

$$f(t) = e^{t^2},$$

$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$

$$b(x) = x^2 \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 2x,$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{d}{dx} \int_1^{x^2} e^{t^2} dt \\ &= f(x^2) \cdot 2x - f(1) \cdot 0 \\ &= e^{(x^2)^2} \cdot 2x \\ &= e^{x^4} \cdot 2x \end{aligned}$$

Ejercicios a resolver

$$F(x) = \int_x^1 \frac{1}{1+t^2} dt$$

hallar el valor de c del **teorema de la media**, para la función

$$f(x) = 3x^2$$

$$F(x) = \int_x^1 \frac{1}{1+t^2} dt$$