



OLIMPIADA NAȚIONALĂ GAZETA MATEMATICĂ



Subiect pentru clasa a VI-a Galați, 20 februarie 2021 Etapa I

Timp de lucru: 120 minue

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns.

1. Determinați numerele naturale $\overline{brad}$ cu proprietatea că micșorând $\overline{brad}$ cu 11 obținem un număr divizibil cu 43 și micșorând $\overline{brad}$ cu 15 obținem un număr divizibil cu 47 și, apoi, calculați suma S a tuturor numerelor $\overline{brad}$ determinate. Suma S este egală cu:

- A) 31884 B) 18792 C) 20082 D) 24622

2. Notând cu $s(n)$ suma cifrelor numărului natural n , determinați $s(20^{15})$.

- A) 134 B) 26 C) 18 D) 32

3. Determinați numerele naturale nenule a și b pentru care

$$(a, b) + [a, b] = 2021 \text{ și } a \leq b,$$

unde cu (a, b) și $[a, b]$ am cel mai mare divizor comun, respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b . Câte soluții are problema?

- A) 12 B) 4 C) 10 D) 6

4. Determinați diferența numerelor a și b , știind că numerele a, b, c, d sunt direct proporționale cu numerele 0,25; 0,2; 0,1(6); 0,125 și $a + b + c + d = 623$.

- A) 78 B) 42 C) 52 D) 47

5. Se consideră mulțimile

$$A = \{3x - 1; 2x + 1; 4x + 2\} \text{ și } B = \{x + 1; x + 2; 2x + 4\},$$

unde x este un număr natural. Determinați valoarea lui x pentru care $A=B$ și, apoi, calculați suma S a cifrelor numărului x^3 .

Suma S este egală cu:

- A) 3 B) 1 C) 12 D) 15

6. Calculați suma elementelor mulțimii X , știind că mulțimile X și Y îndeplinesc simultan condițiile:

i) $X \cap Y = \{4; 5\}$

ii) $X \cup Y = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

iii) $\{1; 2; 6\} - X = \emptyset$

- A) 13 B) 7 C) 9 D) 18

7. Se consideră unghiul $\sphericalangle AOB$, semidreptele OM_1, OM_2, OM_3, OM_4 sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB, \sphericalangle M_1OB, \sphericalangle M_2OB$, respectiv $\sphericalangle M_3OB$. Dacă $\sphericalangle M_2OM_4 = 33^\circ 18'$, să se determine măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.

- A) $112^\circ 30'$ B) $177^\circ 36'$ C) $144^\circ 36'$ D) $128^\circ 48'$

8. Dacă $\sphericalangle AOB = 85^\circ 37' 40''$ și OM bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$. Dacă $\sphericalangle AOM = \overline{ab}^\circ \overline{cd}' \overline{ef}''$, atunci suma $\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef}$ este egală cu:

- A) 140 B) 154 C) 137 D) 120

9. Două unghiuri adiacente complementare au raportul măsurilor lor 0,(6). Determinați măsura unghiului determinat de latura comună a celor două unghiuri și bisectoarea unghiului a cărui laturi sunt bisectoarele unghiurilor adiacente complementare.

- A) 15° B) $15^\circ 30'$ C) $4^\circ 30'$ D) $7^\circ 30'$

10. Un unghi $\sphericalangle AOB$ are proprietatea că măsura suplementului său este de 7 ori mai mare decât măsura complementului său.

Dacă $\sphericalangle AOB = \overline{ab}^\circ$, atunci suma $a + b$ este egală cu:

- A) 0 B) 12 C) 10 D) 13

11. Câte fracții de forma $\frac{\overline{2a5b}}{\overline{x23y}}$ se simplifică cu 15?

- A) 42 B) 49 C) 36 D) 13

12. Determinați câte numere naturale cuprinse între 850 și 4200 au proprietatea că împărțite la 28, 35, 40, 42 dau de fiecare dată restul 11.

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 4

13. Dacă x, y, z sunt numere naturale astfel încât

$$\frac{x}{x+3} = \frac{y}{y+7} = \frac{z}{z+11} \text{ și } x^2 + y^2 + z^2 = 179, \text{ atunci calculați } x + y + z.$$

- A) 18 B) 25 C) 11 D) 21

14. Pe segmentul OA se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2020}$ astfel încât $OA_1 = \frac{1}{2} \cdot OA$, $OA_2 = \frac{1}{6} \cdot OA$, $OA_3 = \frac{1}{12} \cdot OA$, ..., $OA_{2020} = \frac{1}{2020 \cdot 2021} \cdot OA$.

Știind că $OA_1 + OA_2 + OA_3 + \dots + OA_{2020} = 2020$, să se determine lungimea segmentului OA .

- A) 2021 B) 1 C) 2020 D) 1000

15. Pe un cerc se consideră punctele distincte $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-1}, A_n$, care determină arcele de cerc $\widehat{A_1A_2} = x^\circ$, $\widehat{A_2A_3} = 2x^\circ$, $\widehat{A_3A_4} = 3x^\circ$ și așa mai departe, al n -lea arc având măsura de 120° , unde n și x sunt numere naturale nenule.

Să se determine suma $n + x$.

- A) 18 B) 21 C) 42 D) 29

16. Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 408, 840 și 1608 este egal cu:

- A) 36 B) 12 C) 24 D) 48

17. Dacă $\frac{x+1}{x-3} = \frac{5}{3}$, atunci ultima cifră a numărului natural x^{2021} este egală cu:

- A) 1 B) 9 C) 4 D) 3

18. Raportul a două numere naturale este egal cu $\frac{3}{4}$. Știind că numărul mai mare este 40, atunci numărul mai mic este egal cu:

- A) 30 B) 10 C) 40 D) 24

19. Pe o insulă trăiesc numai arici, șerpi și vulpi. Fiecare animal mănâncă o dată pe zi, astfel încât: orice arici mănâncă la micul dejun câte un șarpe, orice vulpe mănâncă la prânz câte un arici, iar orice șarpe mănâncă la cină câte o vulpe. La sfârșitul zilei de joi, pe insulă rămâne un singur animal. Câte animale erau pe insulă luni, înainte de micul dejun?

- A) 78 B) 118 C) 41 D) 129

20. Se consideră cercurile $\mathcal{C}_1(O_1, r_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2, r_2)$ cu $r_1 = 3 \text{ cm}$, $r_2 = 11 \text{ cm}$ și $O_1O_2 = 3x + 2 \text{ cm}$. Să se determine $x \in \mathbb{N}$ pentru care cercurile sunt tangente interioare.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

Problemele au fost selectate de profesorii

Romeo Zamfir de la Colegiul Național "Vasile Alecsandri" din Galați

și

Iulian Știubianu de la Colegiul Național "Alexandru Ioan Cuza" din Galați.