Kegiatan 3

BARISAN & DERET GEOMETRI

Indikator

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran 3 siswa diharapkan dapat:

1. **Memahami barisan geometri**
2. **Menemukan unsur ke-n suatu barisan geometri**
3. **Memahami deret geometri**
4. **Menentukan jumlah n suku pertama deret geometri**

AKTIVITAS

Penggunaan *e-commerce* sebagai tempat belanja online ilustrasi pada **gambar 2.3.1** memiliki peningkatan pesat dari tahun ke tahun. Pada tahun 2020 terdapat 120 juta pengguna e-commerce. Kemudian pada tahun 2021 memiliki peningkatan menjadi 240 juta pengguna dan pada tahun 2022 sebanyak 480 juta pengguna. Jika setiap tahun memiliki peningkatan yang sama, maka berapakah prediksi pengguna *e-commerce* pada tahun 2026? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, kita dapat menerapkan konsep barisan dan deret geometri sebagai berikut.

Gambar 2.3.1 Ilustrasi Belanja Online

A. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah suatu barisan dengan perbandingan (rasio) antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Hasil bagi dua suku yang berurutan disebut rasio = r

$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \cdots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = r$ sehingga rumus mencari rasio yaitu: $\boldsymbol{r = \frac{U_n}{U_{n-1}}}$

Misalkan $U_1 = a$ dan rasio = r maka barisan geometri dinyatakan dengan:

$a, ar, ar^2, \ldots, ar^{n-1}$

Jadi, rumus dari suku ke-n barisan geometri yaitu: $\boldsymbol{U_n = ar^{n-1}}$

LIVEWORKSHEETS

B. Deret Geometri

Deret geometri adalah jumlah dari barisan geometri. Jika suku-suku barisan geometri a, ar, ar^2, ..., ar^{n-1} dan S_n dilambangkan sebagai deret geometri maka hasilnya sebagai berikut

$$S_n = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1}$$

Penjumlahan di atas dapat diperoleh

$S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$

$$\begin{array}{r} rS_n = ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \\ S_n - rS_n = a - ar^n \end{array} \; -$$

Maka diperoleh rumus Sn

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1} \text{ untuk } r \neq 1 \text{ dan } r > 1$$

atau

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1-r} \text{ untuk } r \neq 1 \text{ dan } r < 1$$

Keterangan :

U_n	= Suku ke-n baris geometri
S_n	= Jumlah n suku pertama geometri
a	= suku pertama
r	= rasio
n	= banyaknya suku

Contoh 1

Carilah nilai rasio dan suku ke-6 dari barisan 8, 16, 32, ...

Penyelesaian

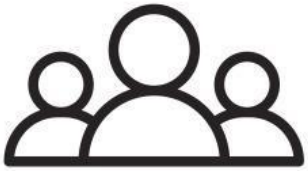
1. Memahami masalah
   Diketahui : barisan geometri 8, 16, 32, ...
   Ditanyakan : mencari nilai rasio dan U_6 barisan geometri
2. Membuat rencana penyelesaian
   Mencari rasio menggunakan rumus : $r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$
   Setelah mendapat nilai rasio kemudian mencari suku ke-n garis geometri dengan rumus:
   $U_n = ar^{n-1}$
3. Melaksanakan penyelesaian
   Mencari rasio
   $$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$
   $$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{16}{8} = 2$$
   Didapatkan nilai r = 2 kemudian subsitusikan ke rumus $U_n = ar^{n-1}$ untuk mencari suku ke-6
   $U_n = ar^{n-1}$
   $U_6 = 8(2^{6-1})$
   $U_6 = 8(2^5)$
   $U_6 = 8(32) = 256$

LIVEWORKSHEETS

4. Mengecek kembali dan membuat kesimpulan
   Setelah melakukan pengecekan kembali, dapat kita simpulkan r = 2 dan U_6 = 256

Contoh 2

Suatu WEB memiliki sistem pendaftaran anggota yang unik. Dimana setiap orang dapat mendaftarkan maksimal dua orang anggota di bawahnya. Karena hal tersebut urutan banyak anggota pada setiap sistem membentuk barisan 1, 2, 4, 8, ..., n. Bagaimana jika ingin mengetahui jumlah seluruh anggota jika sudah memiliki 9 sistem?



2.3.2 Sistem Pendaftar

Penyelesaian:

1. Memahami masalah
   Diketahui : Baris geometri 1, 2, 4, 8, ..., n,
   Ditanyakan : S_9
2. Membuat rencana penyelesaian
   Mencari nilai r dengan rumus $r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$ untuk $r \neq 1$ dan $r > 1$ untuk mencari S_9
3. Melaksanakan penyelesaian
   Mencari nilai r
   $r = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{4}{2} = 2$
   Mencari nilai S_9
   $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ untuk $r \neq 1$ dan $r > 1$
   $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$
   $S_9 = \frac{1(2^9-1)}{2-1}$
   $S_9 = \frac{1(512-1)}{1}$
   $S_9 = 511$
4. Mengecek Kembali
   Setelah melakukan pengecekan ulang, perhitungan sudah sesuai. Jadi jumlah seluruh anggota setelah memiliki 9 sistem berjumlah 511 anggota.

Rangkuman

1. Barisan geometri adalah suatu barisan dengan perbandingan antara dua suku yang berurutan selalu tetap
2. Rumus suku ke-n barisan geometri, $U_n = ar^{n-1}$
3. Deret geometri adalah jumlah dari barisan geometri
4. Rumus deret geometri
   $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ untuk $r \neq 1$ dan $r > 1$
   Atau
   $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ untuk $r \neq 1$ dan $r < 1$

LIVEWORKSHEETS

Contoh Penerapan dalam Kehidupan

Source : rRpnhnro4fo

Vidio 2 Penerapan Barisan dan Deret Geometri

LIVEWORKSHEETS

Tugas

1. Seorang mahasiswa melakukan pengamatan terhadap suatu bakteri, Bakteri tersebut membelah diri menjadi 2 bagian setiap 1/2 menit sekali. Mulanya mahasiswa hanya punya 2 bakteri. Jika setiap 22 menit sekali 1/4 dari jumlah bakteri mati. Berapakah jumlah bakteri pada menit ke-10?

   Penyelesaian:

LIVEWORKSHEETS

Tugas

2. Sebuah pita dipotong menjadi 4 bagian jadi ukurannya membentuk deret geometri. Jika panjang potongan pita terpendek 2cm dan potongan terpanjang 128cm

   Penyelesaian:

LIVEWORKSHEETS