

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

TRANSFORMASI GEOMETRI- DILATASI (PERKALIAN)

Matematika Kelas XI Semester 2

Nama	:
Kelas	:
No. Absen	:

Tujuan Pembelajaran:

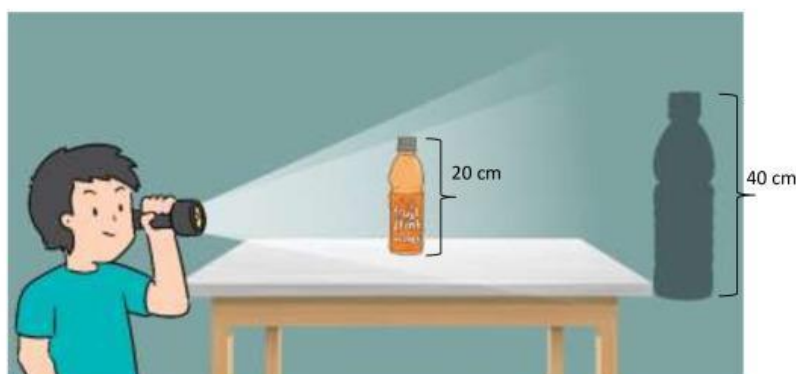
1. Peserta didik dapat menentukan sifat dilatasi
2. Peserta didik dapat mengidentifikasi dan menentukan bayangan dari titik, garis, kurva, dan bangun geometri oleh dilatasi tertentu
3. Peserta didik dapat menentukan bayangan oleh dilatasi dengan titik pusat $O(0,0)$
4. Peserta didik dapat menentukan matriks dilatasi dengan titik pusat $O(0,0)$
5. Peserta didik dapat menentukan bayangan oleh dilatasi dengan titik pusat $A(a,b)$
6. Peserta didik dapat menentukan matriks dilatasi dengan titik pusat $A(a,b)$

Petunjuk pengerjaan:

- Berdiskusilah dengan temanmu
- LKPD dikerjakan oleh setiap individu
- Tanyakan kepada guru jika terdapat hal yang kurang jelas

PENDAHULUAN

Dilatasi atau perkalian suatu bangun geometri merupakan proses perubahan ukuran dari suatu benda menjadi lebih besar atau lebih kecil. Perubahan ukuran tersebut dipengaruhi dari faktor perkalian yang dilakukan atau disebut dengan faktor skala. Dilatasi dapat berpusat pada titik $O(0,0)$ dan $A(a,b)$.



Rio sedang membuat bayangan dengan botol minuman pada dinding dengan bantuan senter

1. Apakah yang terjadi antara objek asli (botol minuman) dengan bayangan yang dihasilkan dari cahaya senter?
2. Jika diketahui botol minuman tingginya 20 cm dan bayangan botol tingginya 40 cm, maka berapakah lipat perubahan tinggi yang terjadi?.....
3. Jika dihubungkan dengan dilatasi, mempresentasikan sebagai apa lampu senter?.....

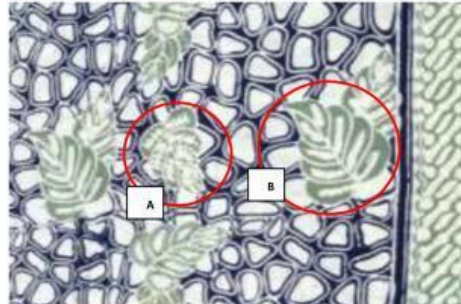
PENERAPAN DILATASI DISEKITARMU!

Konsep dilatasi atau perubahan ukuran sering dijumpai di sekitar kita, salah satu contohnya seperti yang dilakukan oleh Rio yang sedang bermain bayang-bayang benda dengan menggunakan senter. Bayangan benda yang terbentuk dari sorotan cahaya lampu senter berukuran lebih besar dari objek asli, sehingga terdapat perbesaran ukuran yang terjadi.

Coba perhatikan motif batik berikut!



Motif Batik 1



Motif Batik 2

Batik di Indonesia merupakan warisan budaya yang harus kita lestarikan, selain sebagai warisan batik juga merupakan salah satu kekayaan budaya Indonesia yang telah dikenal oleh seluruh dunia. Motif batik di Indonesia sangat beragam, dapat memiliki ciri khas tersendiri di setiap daerah. Pada motif batik 1 dan motif batik 2 terlihat motif daun dengan ukuran motif A dan motif B. Maka dapat dikatakan bahwa perubahan ukuran dari motif B merupakan dilatasi (perkalian) dari ukuran motif A.

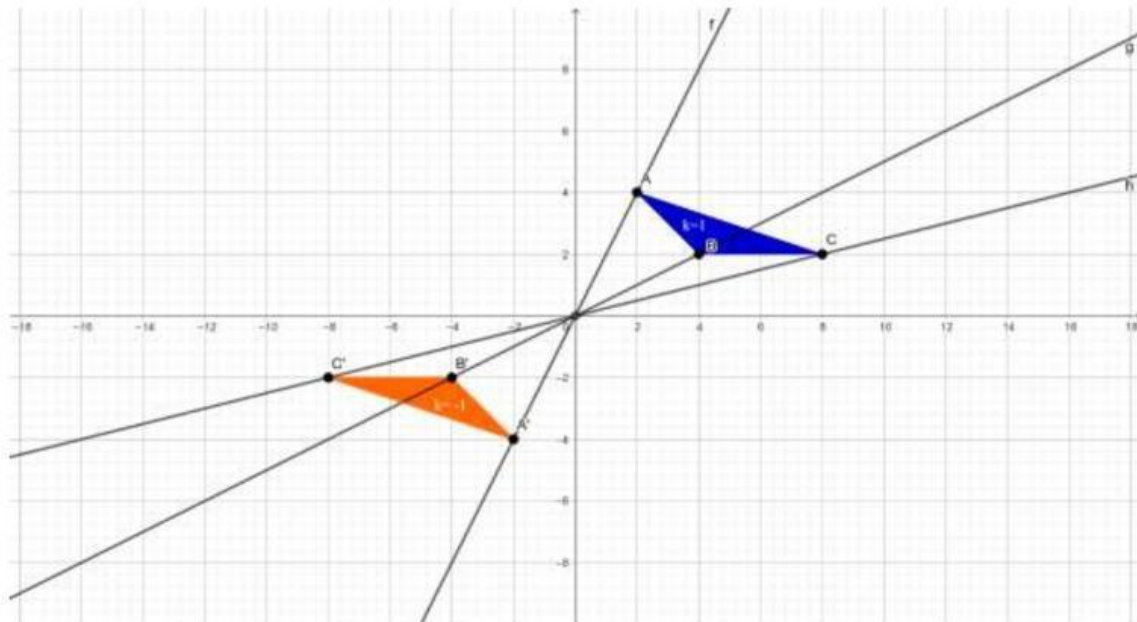
Bisakah kalian menemukan contoh yang berkaitan dengan konsep dilatasi???

Seperti yang dicontohkan sebelumnya, contoh yang dituliskan dapat berunsur budaya atau dari kegiatan di kehidupan sehari-hari seperti di bidang ekonomi, sosial, kesehatan, sains, atau lainnya.

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

KEGIATAN INTI**1. MENEMUKAN SIFAT DILATASI BERDASARKAN FAKTOR SKALA (k)**

Perhatikan gambar berikut!



Segitiga ABC merupakan bangun asli sebelum dilatasi, lalu segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC, lalu lengkapi tabel berikut!

*Nilai k atau faktor skala (1 atau $\frac{1}{2}$ atau lainnya)

*Letaknya (searah/ berlawanan arah)

*Ukuran bayangan (diperkecil/ sama/ diperbesar)

*Bentuk (berubah/tetap)

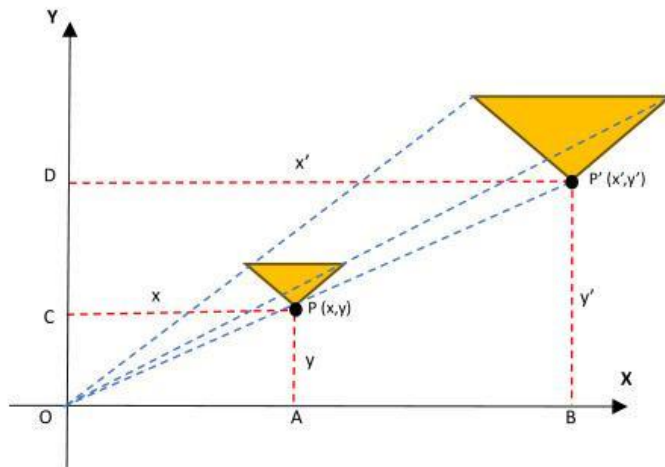
No	Nilai k	Letaknya	Ukuran bayangan	Bentuk
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Kesimpulan:

- Jika faktor skala (k) bernilai positif maka.....
- Jika faktor skala (k) bernilai negatif maka.....
- Jika faktor skala (k) lebih dari 1 ($k > 1$) maka.....
- Jika faktor skala (k) sama dengan 1 ($k = 1$) maka.....
- Jika faktor skala (k) kurang dari 1 ($k < 1$) maka.....
- Apakah bentuk dari objek yang dilatasi berubah?.....

2. DILATASI SEBESAR FAKTOR SKALA (k) DENGAN PUSAT $O(0,0)$

Perhatikan gambar berikut. Pada gambar terdapat salah satu titik dari segitiga yaitu titik $P(x, y)$ didilatasikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ dengan faktor dilatasi k , menghasilkan titik bayangan $P'(x', y')$, sehingga



Perhatikan segitiga OPA dan $OP'B$,

$$OB = k \cdot OA \Leftrightarrow x' = \dots\dots\dots$$

$$P'B = k \cdot PA \Leftrightarrow y' = \dots\dots\dots$$

Sehingga dilatasi $D[O, k]$ memetakan $P(x, y)$ ke $P'(kx, ky)$ atau dapat dituliskan

$$x' = k \cdot x = k \cdot x + 0 \cdot y$$

$$y' = k \cdot y = 0 \cdot x + k \cdot y$$

Bentuk matriks transformasi dari $D[O, k]$ diperoleh dari 2 persamaan linear yaitu

$$x' = k \cdot x = \dots\dots\dots \text{ dan } y' = k \cdot y = \dots\dots\dots$$

$$\text{Diperoleh } a = \dots, b = \dots, c = \dots, d = \dots$$

$$\text{Sehingga bentuk matriksnya } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Kesimpulan

Titik $P(x, y)$ didilatasikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ dengan faktor dilatasi k menghasilkan titik bayangan $P'(x', y')$. Dapat dinotasikan dengan

$$P(x, y) \xrightarrow{D[O, k]} P'(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$$

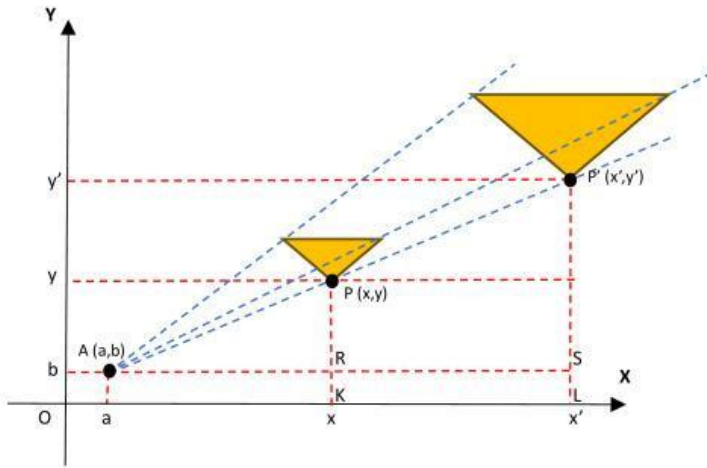
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

LATIHAN SOAL

1. Titik $A(-1, 3)$ dipetakan oleh dilatasi dengan pusat O dengan faktor skala -4 . Koordinat hasil peta adalah...
2. Bangun segi empat diketahui memiliki titik sebagai berikut $A(4, 6)$, $B(6, 4)$, $C(6, 0)$, dan $D(0, 6)$ dilatasikan dengan $k = \frac{1}{2}$, maka tentukan bayangan bangun segi empat tersebut!
3. Bayangan garis $y = 4x + 12$ oleh dilatasi faktor skala 4 terhadap titik pusat $O(0, 0)$ adalah....
4. Kurva $y = x^2$ dilatasikan dengan pusat $O(0, 0)$ faktor skala 2. Persamaan bayangannya adalah....

3. DILATASI SEBESAR FAKTOR SKALA (k) DENGAN PUSAT $A(a,b)$

Perhatikan gambar berikut. Pada gambar terdapat salah satu titik dari segitiga yaitu titik $P(x,y)$ didilatasikan terhadap titik pusat $A(a,b)$ dengan faktor dilatasi k , menghasilkan titik bayangan $P'(x',y')$, sehingga



$$AR = x - a$$

$$AS = k \cdot AR \Leftrightarrow AS = \dots\dots\dots$$

$$OL = OA + AS \Leftrightarrow x' = \dots\dots\dots$$

$$PR = y - b$$

$$P'S = k \cdot PR \Leftrightarrow P'S = \dots\dots\dots$$

$$P'L = OB + P'S \Leftrightarrow y' = \dots\dots\dots$$

Sehingga dilatasi $[O, k]$ memetakan $P(x, y)$ ke $P'(kx, ky)$ atau dapat dituliskan ke dalam 2 persamaan linear, yaitu

$$x' = \dots\dots\dots$$

$$y' = \dots\dots\dots$$

Bentuk matriks transformasi dari $D[O, k]$ diperoleh dari 2 persamaan linear yaitu

$$x' = \dots\dots\dots \text{ dan } y' = \dots\dots\dots$$

$$\text{Diperoleh } p = \dots, q = \dots, r = \dots, s = \dots$$

$$\text{Sehingga bentuk matriksnya } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix}$$

Kesimpulan

Titik $P(x,y)$ didilatasikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ dengan faktor dilatasi k menghasilkan titik bayangan $P'(x',y')$. Dapat dinotasikan dengan

$$P(x,y) \xrightarrow{D[A(a,b),k]} P'(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix}$$

LATIHAN SOAL

1. Tentukan bayangan titik A (-1,3) dipetakan oleh dilatasi dengan pusat A (3,4) dengan faktor skala -4!
2. Diketahui bangun segi segitiga memiliki titik sudut sebagai berikut $A(-1,4), B(2,3)$, dan $C(3,-2)$ dilatasikan dengan $D[A(2,1),3]$. Tentukan bayangan bangun tersebut!
3. Bayangan garis $y = 4x + 12$ oleh dilatasi faktor skala $k = \frac{1}{2}$ terhadap titik pusat (2,2) adalah....
4. Kurva $y = x^2$ dilatasikan dengan pusat A(1,1) faktor skala 2. Persamaan bayangannya adalah....