



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Mata Pelajaran : Matematika Lanjut

Materi : Vektor di Ruang (R^2)

Kelas / Semester : XI / 4

Tahun ajaran : 2023 / 2024

Kelompok :

Nama Anggota :

1.

2.

3.

4.

5.

6.



A. Petunjuk Belajar

1. Amatilah masalah yang disajikan gurumu pada lembar LKPD
2. Diskusikan bersama kelompokmu dengan cermat dan benar terkait semua hal yang dicantumkan dalam LKPD!
3. Presentasikan hasil pekerjaan dan tugas kelompok yang diberikan gurumu di depan kelas!

B. Informasi Pendukung (Ringkasan Materi)

Vektor Bidang R^2

1. Vektor Kolom

Pengertian Vektor di R^2 adalah vektor yang terletak pada bidang datar, mempunyai dua komponen yaitu komponen x dan y .

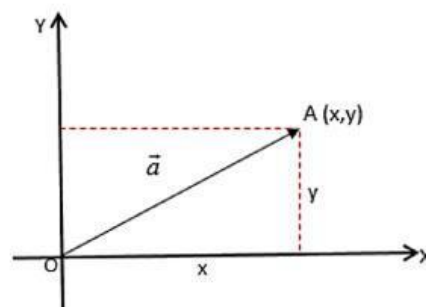
Vektor posisi suatu titik adalah suatu vector yang pangkalnya di titik pangkal koordinat dan ujungnya di titik itu.

Perhatikan bidang dengan koordinat cartesius pada gambar di samping, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ merupakan vector posisi titik A. Vektor $\vec{a}$ dapat ditulis secara kolom sebagai berikut :

$\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, disebut vektor kolom.

$\vec{a} = (x, y)$, disebut vektor baris.

$\vec{a} = x\hat{i} + y\hat{j}$, sebagai vektor basis atau kombinasi linear Dimana x adalah komponen yang searah sumbu X dan y komponen yang searah sumbu Y.

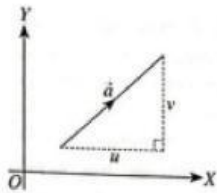




2. Panjang sebuah vector kolom

Panjang sebuah vektor kolom $\vec{a}$ dinotasikan $|\vec{a}|$

- Panjang vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ditentukan oleh : $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$



3. Vektor satuan dalam vector kolom

Vektor satuan didefinisikan vektor yang panjangnya satu satuan. Ditulis $\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

- Jika $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, maka $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

4. Sifat-sifat Operasi Vektor Kolom

Sifat – sifat operasi vektor

Jika $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$, maka

- (i) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix}$
- (ii) $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \end{pmatrix}$
- (iii) $\vec{a} = \vec{b} \leftrightarrow x_1 = x_2 \text{ dan } y_1 = y_2$
- (iv) $k\vec{a} = k \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx_1 \\ ky_1 \end{pmatrix}$, dengan k sebuah konstanta



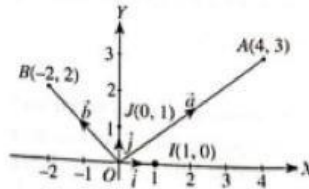
**PEMERINTAH PROVINSI JAWA TIMUR
DINAS PENDIDIKAN
SEKOLAH MENENGAH ATAS NEGERI 3 MALANG**

Jl. Sultan Agung Utara No.7 Telp (0341)324768, Fax (0341)341530
Website : www.sman3-malang.sch.id E - mail : humas@sman3-malang.sch.id



5. Vektor-vektor di R^2 dalam bentuk Kartesian

Perhatikan gambar dibawah :



Koordinat-koordinat dari titik-titik A(4,3), B(-2,2), I(1,0) dan J(0,1) merupakan titik-titik ujung dari vector-vektor posisi OA, OB, OI, dan OJ terhadap titik O(0,0).

Vektor-vektor posisi ini ditulis sebagai vector-vektor kolom :

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OB} = \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OI} = \vec{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OJ} = \vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Perhatikan $\vec{i}$ dan $\vec{j}$ mempunyai panjang 1 satuan, $\vec{i}$ dan $\vec{j}$ sejajar terhadap sumbu X dan sumbu Y. $\vec{i}$ dan $\vec{j}$ disebut sebagai vector satuan (Vektor basis di R^2) dalam arah positif dari sumbu X dan sumbu Y.

Sembarang vector di R^2 dapat dinyatakan dalam bentuk $\vec{i}$ dan $\vec{j}$, seperti :

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 4\vec{i} + 3\vec{j}, \text{ dan}$$

$$\overrightarrow{OB} = \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$$



C. SOAL / TUGAS

Masalah 1 (Operasi Aljabar Vektor Kolom)

Diketahui Jika $\vec{a} = 5\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$, dan $\vec{c} = 4\vec{i} + 7\vec{j}$.

Tuliskan (i) dalam bentuk $\vec{i}$ dan $\vec{j}$, dan (ii) sebagai vector kolom setiap vector berikut.

- $\vec{a} + \vec{b}$
- $3\vec{b} + 2\vec{c}$
- $2\vec{a} - \vec{c}$

Penyelesaian

- (i) $\vec{a} + \vec{b} = (... \vec{i} + 4\vec{j}) + (2\vec{i} - ... \vec{j}) = ... \vec{i} + ... \vec{j}$

(ii) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- (i) $3\vec{b} + 2\vec{c} = 3(2\vec{i} - ... \vec{j}) + 2(... \vec{i} + ... \vec{j}) = ... \vec{i} + ... \vec{j}$

(ii) $3\vec{b} + 2\vec{c} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- (i) $2\vec{a} - \vec{c} = 2(... \vec{i} + 4\vec{j}) - (... \vec{i} + 7\vec{j}) = ... \vec{i} + ... \vec{j}$

(ii) $2\vec{a} - \vec{c} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$



Masalah 2 (Panjang Vektor dan Vektor Satuan)

Diketahui vector $\overrightarrow{OA}$ adalah $\begin{pmatrix} -8 \\ -10 \end{pmatrix}$, dan vector $\overrightarrow{OB}$ adalah $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Tentukan :

- Panjang vector $\overrightarrow{AB}$
- Vektor satuan $\overrightarrow{AB}$

Penyelesaian

$$\text{Vector } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

a. Panjang vector $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\dots^2 + \dots^2}$
 $= \sqrt{\dots + \dots}$
 $= \sqrt{\dots}$
 $= \dots \text{ satuan}$

b. Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
Vektor satuan $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}} \cdot \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
 $= \frac{1}{\dots} \cdot \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$



Masalah 3 (Vektor di R^2 dalam bentuk Cartesius)

Diketahui Koordinat-koordinat titik P(1,2), Q(7,3), dan R(4,7). Carilah koordinat titik S apabila PQRS sebuah jajargenjang.

Penyelesaian

Misal titik S(h,k),

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \text{ dan } \overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix};$$

Karena PQRS sebuah jajargenjang, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-h \\ 7-k \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-h \\ 7-k \end{pmatrix}$$

$$6 = 4-h \text{ dan } 1 = 7-k$$

$$h = 4-6 \text{ dan } k = 7-1$$

Jadi koordinat titik S (-2, 6)



**PEMERINTAH PROVINSI JAWA TIMUR
DINAS PENDIDIKAN
SEKOLAH MENENGAH ATAS NEGERI 3 MALANG**

Jl. Sultan Agung Utara No.7 Telp (0341)324768, Fax (0341)341530
Website : www.sman3-malang.sch.id E - mail : humas@sman3-malang.sch.id



Kesimpulan

Sifat-sifat Operasi Vektor Kolom :

Jika $\vec{p} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{q} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$, maka

(v) $\vec{p} + \vec{q} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{pmatrix}$

(vi) $\vec{p} - \vec{q} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{pmatrix}$

(vii) $\vec{p} = \vec{q} \leftrightarrow x_1 = \dots$ dan $y_1 = \dots$

(viii) $k\vec{p} = k \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$, dengan k sebuah konstanta

Secara umum, jika p sebuah titik (x,y) dan $O(0,0)$, maka vector $\overrightarrow{OP}$ dapat ditulis sebagai :

(i) Vektor Kolom

$$\overrightarrow{OP} = \vec{p} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

(ii) Panjang vector kolom $\overrightarrow{OP}$:

$$\overrightarrow{OP} = \vec{p} = |\vec{p}| = \left| \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \right| = |\dots \vec{i} + \dots \vec{j}| = \sqrt{\dots^2 + \dots^2}$$

(iii) Satuan vector kolom $\overrightarrow{OP}$:

$$\overrightarrow{OP} = \vec{p} = |\vec{p}| = \frac{1}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$