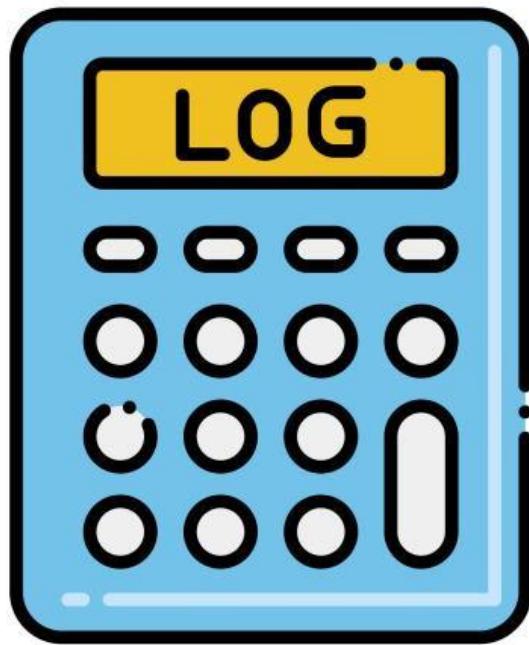


Pembelajaran Matematika

Logaritma



NAMA

Kelas

SMA

X / Semester 1

Kompetensi Dasar

3.2 Mengidentifikasi sifat-sifat logaritma

3.3 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan logaritma

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan literasi numerisasi media offline maupun online, peserta didik dapat mengidentifikasi sifat-sifat logaritma dan menyelesaikan masalah logaritma dalam kehidupan sehari-hari.



Logaritma Basis 10

Jika $10^3 = 1000$, maka ${}^{10} \log 1000 = 3$ dan begitu juga sebaliknya

Menentukan nilai dari ${}^{10} \log 100$

Cara 1:

Misalkan ${}^{10} \log 100 = x$,

ubah menjadi pangkat sehingga menjadi $10^x = 100$

cari nilai x yang sesuai, didapat $x = 2$

Sehingga, ${}^{10} \log 100 = 2$

Cara 2 menggunakan kalkulator

Tekan tombol **log** **100** lalu tekan **=**

maka akan muncul hasilnya, yaitu 2

Logaritma sebagai invers dari Eksponen

Untuk $a > 0$ dan $a \neq 1$, berlaku $y = {}^a \log x \Leftrightarrow a^y = x$

Tabel hubungan logaritma dengan eksponen

LOGARITMA	EKSPOLEN
${}^{10} \log 100 = 2$	$10^2 = 100$
${}^3 \log 9 = 2$	$3^2 = 9$
${}^5 \log 125 = 3$	$5^3 = 125$
${}^{1/5} \log 125 = -3$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125$
${}^4 \log \frac{1}{64} = -3$	$4^{-3} = \frac{1}{64}$
${}^e \log 1 = 0$	$e^0 = 1$

Contoh:

${}^2 \log 16$

Penyelesaian:

Misalkan ${}^2 \log 16 = x$

$2^x = 16$

$2^x = 2^4$

Sifat-sifat Logaritma



Sifat Perkalian

$$^a \log xy = ^a \log x + ^a \log y$$

Contoh:

$$\log 100.000 = \log(100 \cdot 1000) = \log 100 + \log 1000 = 2 + 3 = 5$$

$$\log 10.000 = \log(100 \cdot 100) = \log 100 + \log 100 = 2 + 2 = 4$$



Sifat Pembagian

$$^a \log \frac{x}{y} = ^a \log x - ^a \log y$$

Contoh:

$$1) \log \frac{100}{10} = \log 100 - \log 10 = 2 - 1 = 1$$

$$2) \log 50 - \log 5 = \log \frac{50}{5} = \log 10 = 1$$



Sifat Perpangkatan

$$^a \log x^r = r^a \log x$$

Contoh:

$$^7 \log 49^3 = 3 \cdot ^7 \log 49 = 3 \cdot ^7 \log 7^2 = 3 \cdot 2 = 6$$



Mengubah Bilangan Pokok Logaritma

Jika x bilangan positif dan $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ maka:

$$^a \log x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Contoh:

$$\frac{^2 \log 16}{^2 \log 4} = ^4 \log 16 = ^4 \log 4^2 = 2 \cdot ^4 \log 4 = 2$$

Dari sifat $^a \log x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, dapat diperoleh sifat:

$$1) \ ^a \log x = \frac{\log x}{\log a} = \frac{\log_e x}{\log_e a} = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$2) \ ^a \log b \cdot ^b \log x = ^a \log x$$



Lembar Kerja Peserta Didik

- 1) Nyatakan bentuk pangkat dari $8^{-1} = \frac{1}{8}$ dan $2^4 = 8$ dalam bentuk logaritma yang ekuivalen!
- 2) Nyatakan dalam bentuk penjumlahan: ${}^2\log(8)(2)$ dan sederhanakan hasilnya!
- 3) Nyatakan dalam bentuk pengurangan: ${}^5\log \frac{1000}{8}$ dan sederhanakan hasilnya!
- 4) Sederhanakan: ${}^{10}\log 28^7$!

Jawaban

Lembar Kerja Peserta Didik

Soal 1

Caca berencana untuk menabung di bank sebesar Rp6.000.000,- dan setiap tahunnya Caca mendapatkan bunga dari bank sebesar 3%. Dibutuhkan berapa tahun supaya uang tabungan Caca menjadi 5x lipat?

Asumsikan bahwa:

M_0 = modal awal

M_n = modal setelah menabung selama n tahun

a = bunga per tahun

Diketahui:

Tabungan awal (M_0) =

Tabungan setelah n tahun (M_n) =

Ditanyakan:

Berapa n tahun tabungan caca menjadi 5x lipat dari tabungan awal?

Penyelesaian:

Dengan sifat logaritma, kita dapat mencari berapa lama Caca menabung sehingga tabungannya menjadi 5x lipat:

Rumus: $M_n = M_0(1 + a)^n$

$$M_n = 6.000.000(1 + 0,03)^n$$

$$\Leftrightarrow 30.000.000 = 6.000.000(1 + 0,03)^n$$

$$\Leftrightarrow \frac{30.000.000}{6.000.000} = (1 + 0,03)^n$$

$$\Leftrightarrow 5 = (1 + 0,03)^n$$



$$\Leftrightarrow \log \boxed{} = \log \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \log \boxed{} = \log \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \log \boxed{} = \boxed{} \times \log \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow n = \boxed{}$$

Jadi, Caca membutuhkan waktu tahun

agar tabungannya menjadi 5x lipat.



Lembar Kerja Peserta Didik

Soal 2

Sekumpulan amoeba akan membelah diri menjadi dua selama 2 jam. Diketahui banyak amoeba adalah 200, maka dibutuhkan berapa lamakah sehingga amoeba tersebut menjadi 20.000?

Asumsikan bahwa:

A = Banyak amoeba setelah beberapa jam tertentu

t = Waktu yang dibutuhkan amoeba menjadi 20.000

n = Amoeba membelah sebanyak n kali

Diketahui:

$$A = 20.000$$

$$n = 2$$

Fungsi yang diketahui setelah amoeba membelah dalam beberapa jam tertentu:

$$A = \boxed{} \times \boxed{}$$

Ditanyakan:

Berapa lama amoeba membelah menjadi 20.000?

Penyelesaian:

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{} \times \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{}$$



$$\Leftrightarrow \log \boxed{} = \log \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \log \boxed{} = \boxed{} \times \log \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{} \div \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{} \div \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow t = \boxed{}$$

Jadi, lama waktu amoeba membelah diri hingga 20.000 adalah jam





Kesimpulan

Definisi logaritma: ${}^a \log b = x \Leftrightarrow a^x = b$, diperoleh:

- 1) ${}^a \log a^n = n$
- 2) ${}^a \log a = 1$
- 3) ${}^a \log 1 = 0$

Sifat-sifat logaritma

a) ${}^c \log (a \times b) = {}^c \log a + {}^c \log b$

b) ${}^c \log \left(\frac{a}{b} \right) = {}^c \log a - {}^c \log b$

c) ${}^c \log a^n = n \times {}^c \log a$

d) ${}^c \log a = \frac{\log_p a}{\log_p c}$

$${}^c \log a = \frac{1}{\log_a c}$$

e) ${}^c \log a \times {}^a \log b = {}^c \log b$

$${}^c \log a^m = c \cdot \frac{m}{n} \log a$$

$${}^c \log a^n = {}^c \log a$$

f) $c^{\log_c a} = a$