

Lembar Kerja Peserta Didik

TURUNAN FUNGSI ALJABAR



Nama Kelompok :

Kelas :

Anggota :

KEGIATAN BELAJAR 1

AKTIVITAS 1 : MENEMUKAN KONSEP TURUNAN FUNGSI

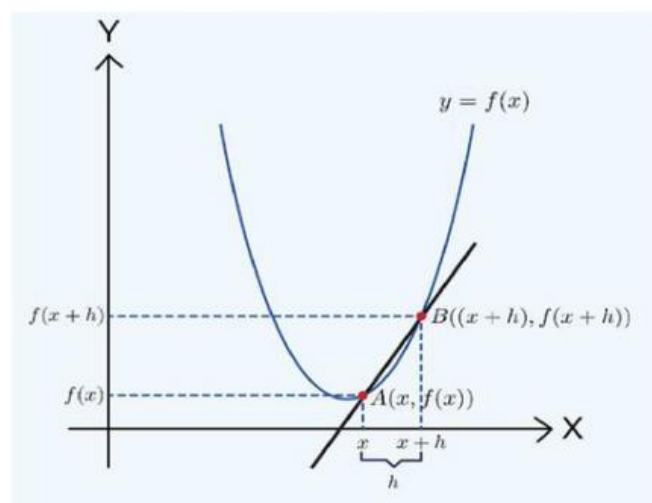
Melalui kegiatan eksplorasi ini, kalian diajak untuk menemukan konsep turunan fungsi. Perhatikan informasi berikut ini.

Untuk menemukan konsep turunan, kita akan mencoba mengamati berbagai permasalahan nyata dan mempelajari beberapa kasus dan contohnya. Kita akan memulainya dengan menemukan konsep *garis tangen* atau *garis singgung*.

Kalian bisa simak materi pada youtube berikut terlebih dahulu :

[HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=TE1BQPXXX7E](https://www.youtube.com/watch?v=TE1BQPXXX7E)

Setelah menyimak penjelasan guru dan materi pada youtube, Perhatikan gambar berikut:



Misalkan, grafik di atas merupakan grafik fungsi kontinu $f(x)$. Lalu, terdapat garis lurus yang memotong kurva $f(x)$ di dua titik, yaitu titik A dan B. Nah, karena memotong kurva di dua titik, garis lurus ini bisa kita sebut sebagai *garis secant* atau garis AB.

Kalo kita lihat pada gambar, garis AB pasti punya kemiringan (gradien) tertentu, nih. Ada yang masih ingat rumus dari gradien garis lurus??

nah, gradien garis lurus dapat dituliskan seperti ini :

$$m = \frac{\dots}{\dots}$$



Nah, karena titik absis (koordinat x) dan ordinatnya (koordinat y) sudah diketahui, bisa kita masukkan deh ke dalam rumus.

Sehingga, diperoleh gradien garis AB nya seperti ini.

$$m_{AB} = \frac{f(x+h) - f(x)}{x+h-x}$$

$$m_{AB} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Sekarang, kalo misalnya titik A dan B ini kita geser agar saling berdekatan satu sama lain, hingga jarak antar titiknya (h) mendekati nol, kira-kira apa yang bakal terjadi?

Garis AB yang awalnya memotong kurva di dua titik, lama-kelamaan berubah menjadi garis yang tampak menyinggung kurva di satu titik aja. Garis singgung ini kemudian bisa kita sebut sebagai *garis tangen*.

Untuk gradien garisnya, tetap sama. Tapi, karena nilai h nya mendekati nol, jadi kita gunakan konsep limit.

$$m_{AB} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$m_{AB} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Dengan syarat, nilai limitnya ada. Nah, gradien garis singgung inilah yang disebut *turunan fungsi*.

Dari contoh permasalahan di atas dapat disimpulkan bahwa

Turunan Fungsi Aljabar adalah



Kemudian, jika kita punya fungsi $y = f(x)$, maka $f'(x)$ atau y' merupakan notasi turunan pertama fungsi tersebut, maka turunan pertama fungsi aljabar dirumuskan sebagai :

$$f'(x) =$$

AYO MENCoba

Tentukan turunan dari setiap fungsi berikut dengan menggunakan rumus turunan fungsi aljabar

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

A.) $f(x) = 8x$

Jawab : $f(x) = 8x$

$$f(x+h) = \dots = \dots$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

B.) $f(x) = 6x^4$

Jawab : $f(x) = 6x^2$

$$f(x+h) = \dots = \dots$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

AKTIVITAS 2 : MENGIDENTIFIKASI SIFAT SIFAT TURUNAN FUNGSI

SIFAT SIFAT TURUNAN FUNGSI ALJABAR

Turunan fungsi aljabar memiliki sifat-sifat tertentu yang nantinya bisa memudahkanmu dalam menyelesaikan soal-soal. Simak guru untuk penjelasannya.

Berikut ini sifat-sifat turunan fungsi aljabar:

1. Aturan Fungsi Konstan

Jika $f(x) = k$, maka $f'(x) = 0$, di mana $k = \text{konstanta}$

2. Aturan Fungsi Identitas

Jika $f(x) = x$, maka $f'(x) = 1$

3. Aturan Fungsi Pangkat

Jika $f(x) = x^n$, maka $f'(x) = nx^{n-1}$

4. Aturan Kelipatan Konstan

Jika $f(x) = (ku)(x)$, maka $f'(x) = k \cdot u'(x)$

5. Aturan Penjumlahan

Jika $f(x) = u(x) + v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

6. Aturan Pengurangan

Jika $f(x) = u(x) - v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

7. Aturan Perkalian

Jika $f(x) = u(x) \cdot v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

8. Aturan Pembagian

Jika $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, maka $\frac{f'(x) = u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$

9. Aturan Rantai

Jika $f(x) = u(v(x))$, maka $f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$



MARI MENCOBA

Setelah kalian menyimak penjelasan guru mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar, coba hubungkan fungsi terhadap turunannya.

$$f(x) = 6x + 8$$

$$f(x) = 8x^{-5}$$

$$f(x) = 2x^3 + 7x^2 - 5x + 9$$

$$f(x) = 9x^6 - 5x^2 + 6$$

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 5$$

$$f(x) = 5x^5 + 7$$

$$f'(x) = 54x^5 - 10x$$

$$f'(x) = -40x^{-6}$$

$$f'(2) = 400$$

$$f'(x) = 6$$

$$f'(4) = 44$$

$$f'(x) = 6x^2 + 14x - 5$$



QUIZ

Sebagai kegiatan akhir kegiatan belajar 1, kerjakan kuis berikut secara individual.

Link quiz :

<https://quizizz.com/join?gc=98568065>

Langkah-langkah pengerjaan :

1. Klik link yang tersedia
2. Isi data diri dengan lengkap
3. Kerjakan secara mandiri dan individual
4. Alokasi waktu kuis adalah 15 menit.



AKTIVITAS 1 : MEMAHAMI PENGAPLIKASIAN TURUNAN FUNGSI ALJABAR

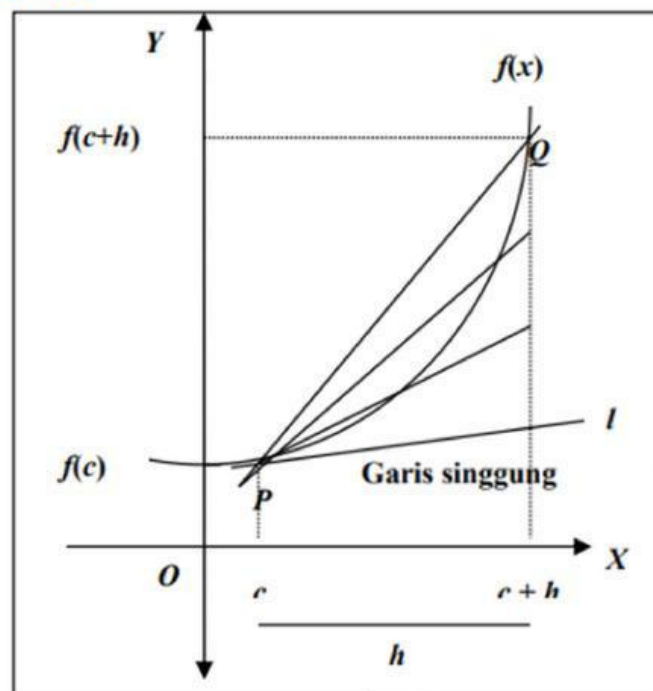
• KEMIRINGAN GARIS SINGGUNG

Turunan terkait erat dengan konsep geometri untuk garis singgung suatu kurva. Oleh karena itu, kita akan membahas definisi umum garis singgung dan metode untuk menemukan kemiringan dengan menggunakan konsep turunan.

Kalian bisa simak materi pada youtube berikut terlebih dahulu :

[HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=OKLSWRBCYAU&T=12S](https://www.youtube.com/watch?v=OKLSWRBCYAU&T=12S)

Setelah menyimak penjelasan guru dan materi pada youtube, Perhatikan sketsa grafik suatu fungsi $y = f(x)$ berikut.



Misalkan P adalah sebuah titik tetap pada suatu kurva dan andaikan Q adalah sebuah titik berdekatan yang dapat dipindah-pindahkan pada kurva tersebut. Koordinat titik P adalah $(c, f(c))$, titik Q mempunyai koordinat $(c + h, f(c + h))$. Tali busur yang melalui P dan Q mempunyai kemiringan atau gradien :

$$m_{PQ} = \frac{f(c + h) - f(c)}{h}$$



Kemudian garis l merupakan garis singgung kurva di titik P . Kemiringan (gradien) garis singgung l ini dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} m &= f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} m_{PQ} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan konsep limit dan turunan yang mana telah kita pelajari pada bagian sebelumnya, sekarang kita bisa memberikan definisi yang formal untuk garis singgung.

DEFINISI :

Garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik $P(c, f(c))$ adalah garis yang melalui titik P dengan kemiringan

Asalkan bahwa limit ini ada dan bukan ∞ atau $-\infty$.

Setelah kita memperoleh kemiringan garis singgung yang mana merupakan turunan dari fungsi tersebut, maka kita dapat mencari persamaan untuk garis singgungnya. Kalian mungkin masih ingat bahwa persamaan garis singgung di titik $P(x_1, y_1)$ pada kurva $y=f(x)$ dengan gradien m ditentukan oleh rumus

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

=



CONTOH SOAL

Cari kemiringan garis singgung pada kurva $y = f(x) = x^2$ di titik (2,4)

PEMBAHASAN :

Pertama, kita akan mencari kemiringan garis singgung dengan menerapkan rumus definisi turunan. Kita peroleh

$$\begin{aligned} m_{\text{tan}} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 - 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Sehingga, kemiringan garis singgungnya adalah 4

AYO MENCoba

Carilah persamaan garis singgung untuk kurva $y = \frac{2}{x}$ di titik (2,1) pada kurva ini.

Pertama, kita akan mencari kemiringan garis singgung dengan menerapkan rumus definisi turunan dengan $f(x) = \frac{2}{x}$ dan $x_0 = 2$.
Maka kita peroleh :



$$\begin{aligned}
 m_{tan} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \dots \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \dots \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, persamaan garis singgung di (2,1) adalah

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 &=
 \end{aligned}$$

KEGIATAN KELOMPOK

1. Menentukan turunan dari suatu fungsi
2. Menentukan nilai gradien garis (m) dari turunan fungsi
3. Mensubstitusi nilai dan koordinat titik A
4. Menentukan persamaan garis singgung baru yang melalui titik A (x,y)

CONTOH KASUS

Pada saat adik-adik berada di pantai, terkadang terlihat beberapa ekor ikan melompat di atas permukaan air laut yang berombak. Apabila seorang petmanah berhasil memanah ikan tersebut pada suatu titik tertentu di permukaan air laut, Tentukan persamaan garis lesatan panah tersebut jika diketahui koordinat titik ikan terkena panah adalah (3,8) dan bagian dari air laut yang berombak dinyatakan sebagai fungsi $y = x^3 + 6x^2$.

PENYELESAIAN :

Menentukan persamaan garis singgung kurva:

- Langkah 1: Menentukan turunan

Fungsinya adalah $y = x^3 + 6x^2$.

Turunan fungsinya adalah $f'(x) = y' =$

- Langkah 2: Menentukan nilai gradien garis (m) dari turunan fungsi

Gradien garisnya adalah $m = f'(x) = y' =$

Substitusikan titik (3,8), ke- $m =$

- Langkah 3: Mensubstitusi nilai m dan koordinat titik A

Substitusikan nilai m dan koordinat titik (3,8), ke- persamaan

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

=

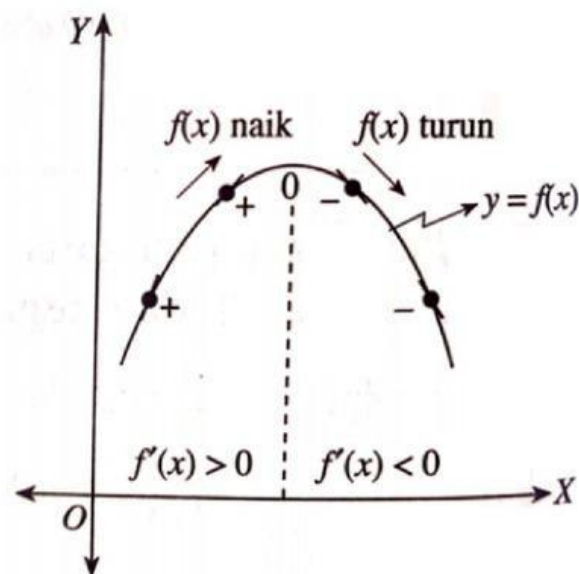
- Langkah 4: Kesimpulan



• KEMONOTONAN FUNGSI

Ingat kembali bahwa turunan pertama $f'(x)$ memberi kita kemiringan dari garis singgung pada grafik f di titik x . Kemudian jika $f'(x) > 0$, garis singgung naik ke kanan. Demikian pula, jika $f'(x) < 0$, garis singgung jatuh ke kanan.

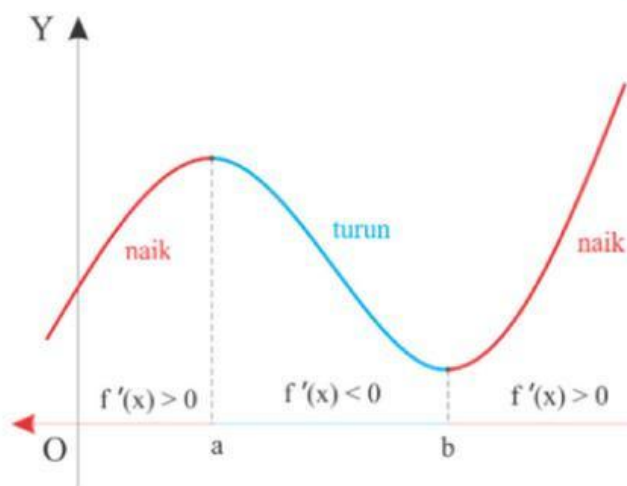
Perhatikan grafik berikut :



TEOREMA KEMONOTONAN

Andaikan f kontinu pada selang I dan dapat didiferensialkan pada setiap titik dalam I

- Jika $f'(x) > 0$ untuk semua titik dalam x dari I , maka f naik pada I
- Jika $f'(x) < 0$ untuk semua titik dalam x dari I , maka f turun pada I



MARI MENCoba

Jika $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$, cari dimana f naik dan dimana f turun.

PENYELESAIAN :

Mulai dengan mencari turunan f

$$f'(x) =$$

Titik-titik pemisah adalah _____ dan _____

Titik-titik ini membagi sumbu- x atas _____ selang yaitu:

Dengan menggunakan titik-titik uji, kita simpulkan bahwa

Jadi menurut teorema, f naik pada _____ dan turun pada _____



QUIZ

Sebagai kegiatan akhir kegiatan belajar 2, kerjakan kuis berikut secara individual.

Link quiz :

<https://quizizz.com/join?gc=87967030>

Langkah-langkah pengerjaan :

1. Klik link yang tersedia
2. Isi data diri dengan lengkap
3. Kerjakan secara mandiri dan individual
4. Alokasi waktu kuis adalah 15 menit.

