

BAHAN AJAR MATRIKS



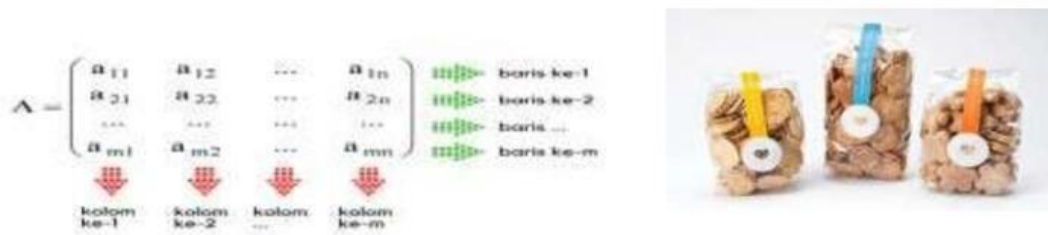
MATEMATIKA
KELAS XI
KAMARUDDIN,S.Pd

SMA NEGERI 5 BENGKULU UTARA

MATERI BAHASAN

Matriks adalah kumpulan bilangan yang disusun secara baris atau kolom atau kedua-duanya dan di dalam suatu tanda kurung. Bilangan-bilangan yang membentuk suatu matriks disebut sebagai elemen-elemen matriks. Matriks digunakan untuk menyederhanakan penyampaian data, sehingga mudah untuk diolah.

Contoh mudah matriks dapat kamu lihat dalam ilustrasi di bawah ini:



Ilustrasi di atas dapat kamu baca seperti ini: a_{11} dibaca baris ke-1 dan kolom ke-1; a_{12} dibaca baris ke-1 dan kolom ke-2; atau a_{mn} yang berarti baris ke- m dan kolom ke- n . Banyaknya baris dan kolom dalam matriks disebut dengan **ordo**. Urutan yang perlu diingat adalah **baris kemudian kolom**. Matriks dalam ilustrasi di bawah ini memiliki ordo 2×3 , karena memiliki dua baris dan tiga kolom.

Contoh dalam kehidupan nyata

Bu Ani seorang pengusaha makanan kecil yang

Membuat tiga jenis makanan setiap hari untuk di jual di 3 kantin sekolah, makanan yang dibuat adalah kantin A ada kue jenis 1 10bungkus, kue jenis 2 10bungkus, dan kue jenis 3 5 bungkus, kantin B ada kue jenis 1 20 bungkus, kue jenis 2 15 bungkus, dan kue jenis 3 8 bungkus, serta di kantin C ada kue jenis 1 15 bungkus, kue jenis 2 20 bungkus, dan kue jenis 3 10 bungkus.

Penyelesaian :

Nah permasalahan di atas dapat dijadikan suatu matriks dengan memperhatikan susunan angka-angka yang telah dibuat seperti ketika kita membuat tabel model matematika

	Kue jenis 1	Kue jenis 2	Kue jenis 3
Kantin A	10	10	5
Kantin B	20	15	8
Kantin C	15	20	10

Maka matriks yang di dapat adalah $\begin{bmatrix} 10 & 10 & 5 \\ 20 & 15 & 8 \\ 15 & 20 & 10 \end{bmatrix}$



Ayo Berlatih

Pada tabel berikut ditunjukkan jarak antara dua kota dalam kilometer (km).

	Bandung	Cirebon	Semarang	Yogyakarta	Surabaya	Bogor
Bandung	0	130	367	428	675	126
Cirebon	130	0	237	317	545	256
Semarang	367	237	0	115	308	493
Yogyakarta	428	317	115	0	327	554
Surabaya	675	545	308	327	0	801
Bogor	126	256	493	554	801	0

- Dengan menghilangkan judul baris dan judul kolom, tulislah matriks yang diperoleh!
- Berapa banyak baris dan banyak kolom yang Anda peroleh dari soal a)?
- Sebutkan elemen-elemen pada setiap baris!
- Sebutkan elemen-elemen pada setiap kolom!

JENIS-JENIS MATRIKS

Matriks dapat dikelompokkan ke beberapa jenis berdasarkan pada jumlah baris dan kolom serta pola elemen matriksnya sebagai berikut :

1. Matriks Baris dan Matriks Kolom

Matriks baris adalah suatu matriks yang hanya memiliki satu baris saja. Sedangkan, matriks kolom adalah suatu matriks yang hanya memiliki satu kolom saja.

Contoh:

$A = (1 \ 4)$ atau $B = (3 \ 7 \ 9)$ adalah matriks baris

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ atau $D = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ adalah matriks kolom

2. MATRIKS PERSEGI

Matriks yang memiliki jumlah kolom dan baris yang sama disebut matriks persegi. Matriks persegi memiliki ordo n .

Contoh:

$A = \begin{pmatrix} 34 & 56 & 41 \\ 45 & 36 & 37 \\ 51 & 32 & 46 \end{pmatrix}$ adalah matriks persegi berordo 3, atau

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ adalah matriks persegi berordo 2.

3. MATRIKS SEGITIGA ATAS DAN SEGITIGA BAWAH

Matriks persegi A yang memiliki elemen matriks $a_{ij} = 0$ untuk $i > j$ atau elemen-elemen matriks dibawah diagonal utama bernilai 0 disebut matriks segitiga atas. Matriks persegi A yang memiliki elemen matriks $a_{ij} = 0$ untuk $i < j$ atau elemen-elemen matriks diatas diagonal utama bernilai 0 disebut matriks segitiga bawah.

Contoh:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ adalah matriks segitiga atas,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ adalah matriks segitiga bawah.

4. MATRIKS DIAGONAL

Matriks persegi A yang memiliki elemen matriks $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$ atau elemen-elemen matriks diluar diagonal utama bernilai 0 disebut matriks diagonal.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \text{ atau } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

5. MATRIKS SKALAR

Matriks diagonal yang memiliki elemen-elemen pada diagonal utamanya bernilai sama disebut matriks skalar.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ atau } B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

6. MATRIKS IDENTITAS

Matriks diagonal dengan elemen-elemen diagonal utamanya bernilai 1 disebut matriks identitas. Pada umumnya matriks identitas dinotasikan dengan "I".

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ atau } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. MATRIKS SIMETRIS

Matriks persegi A yang memiliki elemen matriks baris ke-i sama dengan elemen matriks kolom ke-j untuk $i = j$ disebut simetris. Atau, dapat dikatakan elemen a_{ij} sama dengan elemen a_{ji} .

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Dapat dilihat bahwa elemen baris ke-1 sama dengan kolom ke-1, baris ke-2 sama dengan kolom ke-2, dan baris ke-3 sama dengan kolom ke-3.

TRANSPOSE MATRIKS

Transpose matriks merupakan perubahan baris menjadi kolom dan sebaliknya. Transpose matriks dari $A_{m \times n}$ adalah sebuah matriks dengan ukuran $(n \times m)$ dan bernotasi A^T . Jika matriks A ditranspose, maka baris 1 menjadi kolom 1, baris 2 menjadi kolom 2, dan begitu seterusnya.

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \text{ ditranspose menjadi } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Sifat dari transpose matriks: $(A^T)^T = A$.

Contoh Soal dan Pembahasan

Jika $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & 2 \\ b & \frac{3}{2}c \end{pmatrix}$ dan Jika $B = \begin{pmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{pmatrix}$, maka agar $A = B^T$, berapakah nilai c ?

Pembahasan:

Diketahui bahwa $A = B^T$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & 2 \\ b & \frac{3}{2}c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2c - 3b & 2 \\ a & b + 7 \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & 2 \\ b & \frac{3}{2}c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 1 & b + 7 \end{pmatrix}$$

Sehingga didapat 4 persamaan baru dari elemen-elemen matriksnya, yaitu:

- $\frac{1}{2}a = 2c - 3b$ (persamaan ke-1)
- $2 = a$ (persamaan ke-2)
- $b = 2a + 1$ (persamaan ke-3)
- $\frac{3}{2}c = b + 7$ (persamaan ke-4)

Dari persamaan tersebut dapat dilakukan substitusi persamaan untuk memperoleh nilai c, yaitu:

a = 2, maka:

$$b = 2a + 1 = 2(2) + 1 = 5$$

dan

$$\begin{aligned}\frac{3}{2}c &= b + 7 \\ \frac{3}{2}c &= 5 + 7 \\ \frac{3}{2}c &= 12 \\ c &= \frac{12 \times 2}{3} \\ c &= 8\end{aligned}$$

KESAMAAN DUA MATRIKS

Dua matriks dikatakan sama, apabila mempunyai ordo sama dan elemen - elemen yang seletaknya bersesuaian dari kedua matriks tersebut sama.

Contoh:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ bersesuaian dengan } \begin{bmatrix} 2/2 & 4 \\ 4/2 & 3 \end{bmatrix}$$

biasanya dalam ujian atau ulangan materi ini sering keluar seperti :

$$\begin{bmatrix} 9 & 2b + a \\ b + c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a & 7 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

pertanyaannya tentukan nilai a, b, dan c

Jawab:

Untuk menjawab soal seperti ini kita harus gunakan kecerdasan kita untuk memilih, mana yang harus kita cari terlebih dahulu apakah a, b, atau c terlebih dahulu.

supaya lebih mudah kita tulis dulu dalam sebuah persamaan :

$$3a = 9$$

$$2b + a = 7$$

$$b + c = 3$$

melihat kondisi seperti ini maka sudah jelas yang harus pertama kita kerjakan mencari nilai a , karena itu merupakan sebuah kunci untuk mencari b .

$3a = 9$, untuk lebih menyederhanakan kita bagi kedua ruas dengan 3

$$3a/3 = 9/3$$

$$a = 3$$

Setelah menemukan a kita tinggal mencari nilai b yang merupakan kunci untuk mencari nilai c

$2b + a = 7$, dikarenakan a nilainya 3 maka :

$2b + 3 = 7$, untuk lebih menyederhanakan kita kurangi kedua ruas dengan 3

$$2b + 3 - 3 = 7 - 3$$

$2b = 4$, untuk lebih menyederhanakan lagi kita bagi kedua ruas dengan 2

$$2b/2 = 4/2$$

$$b = 2$$

kemudian kita lanjut untuk mencari c , karena b sudah kita ketahui

$b + c = 3$, karena $b = 2$ maka

$2 + c = 3$, untuk lebih menyederhanakan kita kurangi kedua ruas dengan 2

$$2 + c - 2 = 3 - 2$$

$$c = 1$$

Maka jawabannya adalah **$a = 3$, $b = 2$, dan $c = 1$**

DAFTAR PUSTAKA

1. <https://www.studiobelajar.com/matriks-dasar/#:~:text=Matriks%20adalah%20kumpulan%20bilangan%20yang,disebut%20sebagai%20elemen%2Delemen%20matriks.>
2. Buku paket kelas XI Matematika SMK kurikulum k13 edisi revisi 2017, kemendikbud 2017
3. Erlangga X-PRESS UN SMK/MAK 2019 Matematika Kelompok Teknologi, kesehatan, dan pertanian

LEMBAR KERJA SISWA

Kerjakanlah soal-soal berikut ini dengan benar!

1. Diketahui matriks $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, matriks di samping adalah matriks....
A. Matriks persegi
B. Matriks baris
C. Matriks Identitas
D. Matriks kolom
E. Matriks Simetris
2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$, matriks A berordo....
A. 1×2 B. 2×1 C. 3×2 D. 2×3 E. 3×3
3. Transpose dari matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 \\ 4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ adalah....
A. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 0 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$
B. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 0 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 5 & 3 & -2 \\ 4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

4. Diketahui $A = \begin{bmatrix} a+2b & -1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -8 & 3a \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ dan B^T adalah transpose matriks B. jika

$A = B^T$, nilai $a+b$ adalah....

A. -4 B. -3 C. 0 D. 5 E. 9

5. Diketahui matriks $P = \begin{bmatrix} 2x+3y & 3 \\ -x-5y & -7 \end{bmatrix}$ dan $Q = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$ dan Q^T adalah transpose

matriks Q. jika $p = Q^T$, nilai dari $4x + 3y$ adalah....

A. 2 B. 0 C. -1 D. -4 E. -5

SELAMAT BEKERJA

TETAP SEMANGAT YA!!