Colegio Bilingüe en Computación San Bernabé

5to Diversificado, Precálculo V.

EXAMEN DE RECUPERACIÓN

Nombre: _____ **Clave:** _____

Serie 1: Determine lo que se le solicite:

1. Simplifique y racionalice si es necesario. **NO** deje exponentes negativos: $\frac{\sqrt{a}}{6-\sqrt{3a}}$

   a. $\frac{\sqrt{a}+a\sqrt{3}}{36-3a}$ **b.** $\frac{6\sqrt{a}+a\sqrt{3}}{36-3a}$ **c.** $\frac{\sqrt{a}+a\sqrt{3}}{36+3a}$ **d.** $\frac{\sqrt{a}-a\sqrt{3}}{36-3a}$

2. Encuentre el valor de x que hace verídica la ecuación: $\frac{7}{2x^2+7x+3}+\frac{3}{2x^2+3x+1}=\frac{2}{x^2+4x+3}$

   a. $-\frac{7}{3}$ **b.** $\frac{7}{3}$ **c.** $-\frac{5}{3}$ **d.** $\frac{5}{3}$

3. Factorice el siguiente polinomio: $a^{2m}-13a^m+42$

   a. $(a^{m/2}-6)(a^{m/2}-7)$ **c.** $(a^m-6)(a^m-7)$

   b. $(a^{2m}-6)(a^{2m}-7)$ **d.** $(a^m+6)(a^m+7)$

4. Determine el dominio de la función: $f(x)=\frac{6x+5}{\sqrt{4x^2+1}}$

   a. $(-\infty,+\infty)$ **c.** $(-\infty,-1)$

   b. $(-1,+\infty)$ **d.** $(-\infty,4)$

5. Factoriza y grafica a un lado los siguientes polinomios: $x^5+x^4-5x^3-x^2+8x-4$

   a. $(x-1)^3(x+2)^2$ **c.** $(x+1)^3(x+2)^2$

   b. $(x+1)^3(x-2)^2$ **d.** $(x-1)^3(x-2)^2$

6. Trace la gráfica, en una hoja adicional, de la función $f(x)=2-\left(\frac{1}{2}\right)^x$, indicando la intersección con el eje "y" y la asíntota horizontal de la gráfica.

   a. Eje x: (1,0); Eje y: (0,-1)

   b. Eje x: (-1,0); Eje y: (0,1)

   c. Eje x: (-1,0); Eje y: (1,0)

   d. Eje x: (1,0); Eje y: (0,1)

7. Las coordenadas de las intersecciones de la gráfica de la función con los ejes "x" y "y" de $f(x)=x^2 3^x-3^x$.

   a. Eje x:$(\pm 1,-1)$ Eje y:$(0,-1)$ **c.** Eje x:$(\pm 1,0)$ Eje y:$(0,-1)$

   b. Eje x:$(-1,0)$ Eje y:$(\pm 0,-1)$ **d.** Eje x:$(1,0)$ Eje y:$(0,\pm 1)$

LIVEWORKSHEETS

8. Resuelva la ecuación $\ln(3) + \ln(2x-1) = \ln(4) + \ln(x+1)$.

a. $x = 1/2$

b. $x = 9/2$

c. $x = 5/2$

d. $x = 7/2$

9. El valor de "x" para que la determinante de A sea 20, donde $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & x & 1 \\ 0 & 2x & 3 \end{bmatrix}$, es:

a. 5

b. 6

c. 7

d. 8

10. El cociente y residuo de la división de $3x^3 - 7x^2 - 2x + 4$ entre $x^2 - 2x - 3$ es:

a. $C: 3x + 1; \quad R: -5x - 1$

b. $C: 3x - x + 5; \quad R: -1$

c. $C: 3x + 1; \quad R: 5x - 1$

d. $C: 3x - 1; \quad R: 5x + 1$

11. Encuentre la función inversa de $f(x) = \frac{7x+2}{2x+5}$

a. $\frac{-2-5x}{2x-7}$

b. $\frac{2+5x}{2x-7}$

c. $\frac{2-5x}{2x-7}$

d. $\frac{2-5x}{2x+7}$

12. Determine si las siguientes sucesiones convergen. Si convergen determine a que número.

a. $\left\{3 + \frac{1}{n^2}\right\}$

a. Converge a 3

b. Converge a 1

c. Converge a infinito

d. Diverge

b. $\left\{\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}$

a. Converge a 0

b. Converge a 1/4

c. Converge a 4

d. Diverge

13. Determine si la serie geométrica infinita converge. Si es convergente, obtenga la suma.

a. $\sum_{n=1}^{\infty} n + 2^n$

a. Converge a 2

b. Converge a n

c. Converge a infinito

d. Diverge

14. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto P.

a. $y = x^3 - 2x^2 - 1; \quad P(2, -1)$

i. $y = 4x^2 + 9$

ii. $y = 4x + 9$

iii. $y = -4x^2 - 9$

iv. $y = 4x - 9$

Serie 2: Reduzca las expresiones trigonométricas indicadas a la forma $y = A\sin(Bx + \phi)$. Esboce la gráfica en una hoja adicional.

LIVEWORKSHEETS

15. $y = \frac{5}{2}sin\frac{\pi}{3}x + \frac{5\sqrt{3}}{2}cos\frac{\pi}{3}x$

a. Función seno:

i. $5\sin\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{3}\right)$

ii. $5\sin\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{2}{5}\right)$

iii. $5\sin\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$

iv. $\frac{5}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{3}\right)$

b. Gráfica (en una hoja)

Serie 3: Exprese la función f en la forma normal $f(x) = a(x-h)^2 + k$ y gráfique la función en una hoja adicional indicando las intersecciones con los ejes en la gráfica.

16. $f(x) = (x-4)(x-2)$

a. $f(x) = (x-3)^2 - 1$

b. $f(x) = (x+3)^2 - 1$

c. $f(x) = (x-2)^2 + 1$

d. $f(x) = (x-2)^2 - 1$

Serie 4: Calcule los siguientes limites utilizando cualquier método. Deje constancia de todo el proceso necesario.

17. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+15}-4}{x-1}$

a. $1/4$

b. $1/8$

c. 5

d. 4

18. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{\sin 3x}$

a. $1/2$

b. 3

c. 2

d. 6

Serie 5: Determine la primera derivada respecto de x de cada una de las siguientes funciones utilizando cualquier método de derivación.

19. $f(x) = (3x+1)^6(2x+1)^{-5}$

a. $f'(x) = \frac{2(3x-1)^5(3x+4)}{(2x+1)^4}$

b. $f'(x) = \frac{2(3x+1)^3(3x-4)}{(2x+1)^6}$

c. $f'(x) = \frac{2(3x+1)^5(3x+4)}{(2x+1)^6}$

d. $f'(x) = \frac{2(3x-1)^4(3x+4)}{(2x+1)^5}$

20. $f(t) = \tan^4(\sin^4 t)$

a. $f'(t) = 4\tan^3(\sin t)\sec^2(\sin^4 t)\sin^3 t\cos t$

b. $f'(t) = 16\tan^3(\sin^4 t)\sec^2(\sin t)\sin^3 t\cos t$

c. $f'(t) = 16\tan^3(\sin^4 t)\sec^2(\sin^4 t)\,sin\ t\cos t$

d. $f'(t) = 16\tan^3(\sin^4 t)\sec^2(\sin^4 t)\sin^3 t\cos t$

LIVEWORKSHEETS

Serie 11: Resuelva los siguientes problemas.

21. Un estudiante de álgebra ha ganado Q. 600,000.^{00} en una lotería y desea depositarlos en cuentas de ahorros en dos instituciones financieras. Una cuenta paga 5% de interés simple, pero los depósitos se aseguran sólo hasta Q. 200,000.^{00}. La segunda cuenta paga 3.4% de interés simple y los depósitos se aseguran hasta Q. 500,000.^{00}. Determine si el dinero se puede depositar para que quede completamente asegurado y gane un interés anual de Q. 23,800.^{00}.

a. Si se puede, pues la inversión al 3.4% excede los Q. 200,000.

b. No se puede, pues la inversión al 5% excede los Q. 200,000.

c. Si se puede, pues la inversión al 5% excede los Q. 200,000.

d. No se puede, pues la inversión al 3.4% excede los Q. 200,000.

22. Una pareja no desea gastar más de Q. 120.^{00} por comer en un restaurante. Si se agrega un impuesto de venta de 10% a la cuenta y piensan dar una propina de 12% después de agregar el impuesto, ¿cuánto es lo más que pueden gastar en la comida?

a. $Q.97.40$ **b.** $Q.95.56$ **c.** $Q.93.56$ **d.** $Q.91.56$

23. Pasadas 4 horas, se observa que la cantidad de bacterias en un cultivo se ha duplicado.

a. Deduzca un modelo exponencial para determinar la cantidad de bacterias en el cultivo, cuando el tiempo es t.

i. $P(t) = P_o e^{-0.1522t}$

ii. $P(t) = P_o e^{0.1522t}$

iii. $P(t) = P_o e^{0.1733t}$

iv. $P(t) = P_o e^{-0.1733t}$

b. Determine la cantidad de bacterias presentes en el cultivo después de 9 horas.

i. $4.76P_o$

ii. $3.53P_o$

iii. $4.53P_o$

iv. $3.23P_o$

c. Calcule el tiempo que tarda el cultivo en crecer hasta 10 veces su tamaño inicial.

i. $10.29\ horas$

ii. $11.29\ horas$

iii. $8.29\ horas$

iv. $13.29\ horas$

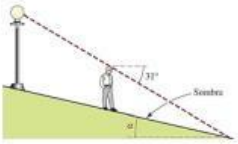
24. Un hombre de 6 pies 3 pulgadas de estatura está parado en una acera que baja en ángulo constante. Un poste de alumbrado vertical, directamente atrás de él, forma una sombra de 15 pies de longitud. El ángulo de depresión desde la parte superior del hombre hasta la inclinación de su sombra es de 31°. Calcule el ángulo α, que se indica en la figura, que forma la acera con la horizontal.

a. 10.07° **b.** 11.23°

LIVEWORKSHEETS

c. 31.0°

d. 6.05°



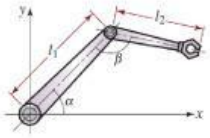
25. Un brazo robótico bidimensional "sabe" dónde está, porque mantiene registro del ángulo α de su "hombro" y del ángulo β de su "codo". El ángulo del hombro se mide en sentido contrario al de las manecillas del reloj a partir del eje x, y el ángulo del codo se mide en sentido contrario al de las manecillas del reloj, desde el brazo hasta el antebrazo. Suponga que el brazo y el antebrazo tienen 2 de longitud, y que el ángulo β del codo no puede "dislocarse" más allá de 180°. Calcule los ángulos α y β que pongan la mano del robot en el punto (1.5,2).

a. $\beta = 67.36°$ $\alpha: 104.45$

b. $\beta = 77.36°$ $\alpha: 104.45$

c. $\beta = 67.36°$ $\alpha: 114.45$

d. $\beta = 66.36°$ $\alpha: 124.45$



26. Traduzca los siguientes enunciados a funciones.

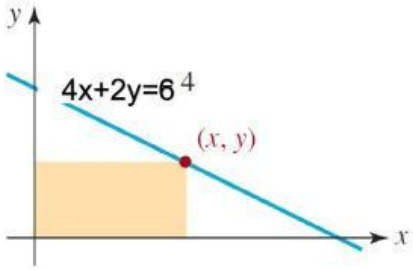
a. Exprese el área del rectángulo sombreado en función de "x" de la siguiente figura.

i. $A(x) = x(2x - 3)$

ii. $A(x) = xy$

iii. $A(x) = x(-2x + 3)$

iv. $A(x) = xy(-2x + 3)$



b. Se planta un árbol a 30 pies de la base de un poste de alumbrado, que tiene 15 pies de altura. Exprese la longitud de la sombra del árbol en función de su altura.

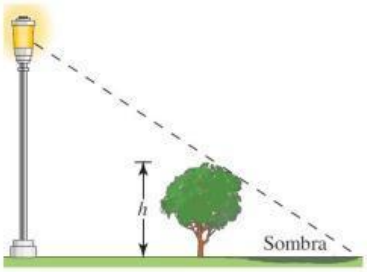
i. $s(h) = \frac{-30h}{15-h}$

ii. $s(h) = \frac{30h}{15-h}$

iii. $s(h) = \frac{15h}{15+h}$

iv. $s(h) = \frac{-15h}{15+h}$

LIVEWORKSHEETS



27. En la figura el cuadrado más grande mide tres unidades por lado. Se inscribe un segundo cuadrado dentro del primero conectando los puntos medios del primero. Se inscribe un tercer cuadrado conectando los puntos medios del segundo, y así sucesivamente.

a. Obtenga una fórmula del área A_n del n-ésimo cuadrado inscrito.

a. $A_n = \frac{9}{2^{n-1}}$

b. $A_n = \frac{3}{2^{n-1}}$

c. $A_n = \frac{9}{2^{n+1}}$

d. $A_n = \frac{3}{2^{n+1}}$

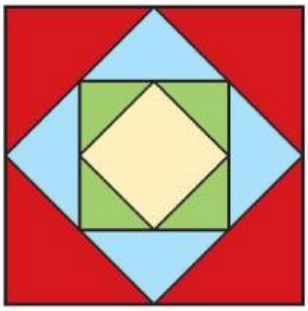
b. Calcule la suma S_n.

a. 18

b. 9

c. 4

d. 2



Serie 6: Resuelva los siguientes problemas dejando constancia de cada uno de los procesos usados. Para estos ejercicios puede usar limites o derivadas.

28. Con la curva $y = x^3 + 2x - 1$, calcule lo que se indique:

a) **Pendiente mínima** ¿Cuál es la menor pendiente de la curva?

i) 2 ii) 3 iii) 4 iv) 5

b) ¿En qué punto de la curva tiene dicha pendiente?

i) (0,2) ii) (-2,0) iii) (0,-1) iv) (-1, 0)

29. Se dan las posiciones $s = f(t)$ de un cuerpo que se mueve en una recta coordenada; x está en metros y t en segundos. Determine lo que se indique en cada ejercicio.

$$s = \frac{t^4}{2} - 2t^2 + 8t \quad 0 \le t \le 5$$

a. Determine la velocidad en $t = 4s$.

LIVEWORKSHEETS

i. 120 m/s

ii. 150 m/s

iii. 175 m/s

iv. 123 m/s

b. Determine la aceleración en $t = 1.5s$.

i. 8.6 m/s^2

ii. 9.5 m/s^2

iii. 8.5 m/s^2

iv. 9.6 m/s^2

30. Suponga que las funciones f y g, así como sus derivadas con respecto a x, tienen los siguientes valores en $x = 4$ y $x = 6$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
4	1	6	5	9
6	2	4	3	8

Determine las derivadas con respecto a x de las siguientes combinaciones en el valor dado de x.

a. $f(g(x)), x = 4$

i. 27

ii. 30

iii. 33

iv. 36

b. $f(x) \cdot g(x), x = 6$

i. 25

ii. 31

iii. 28

iv. 33

c. $\frac{f(x)}{g(x)}, x = 4$

i. 2/7

ii. 3/5

iii. 7/12

iv. 3/4

LIVEWORKSHEETS