

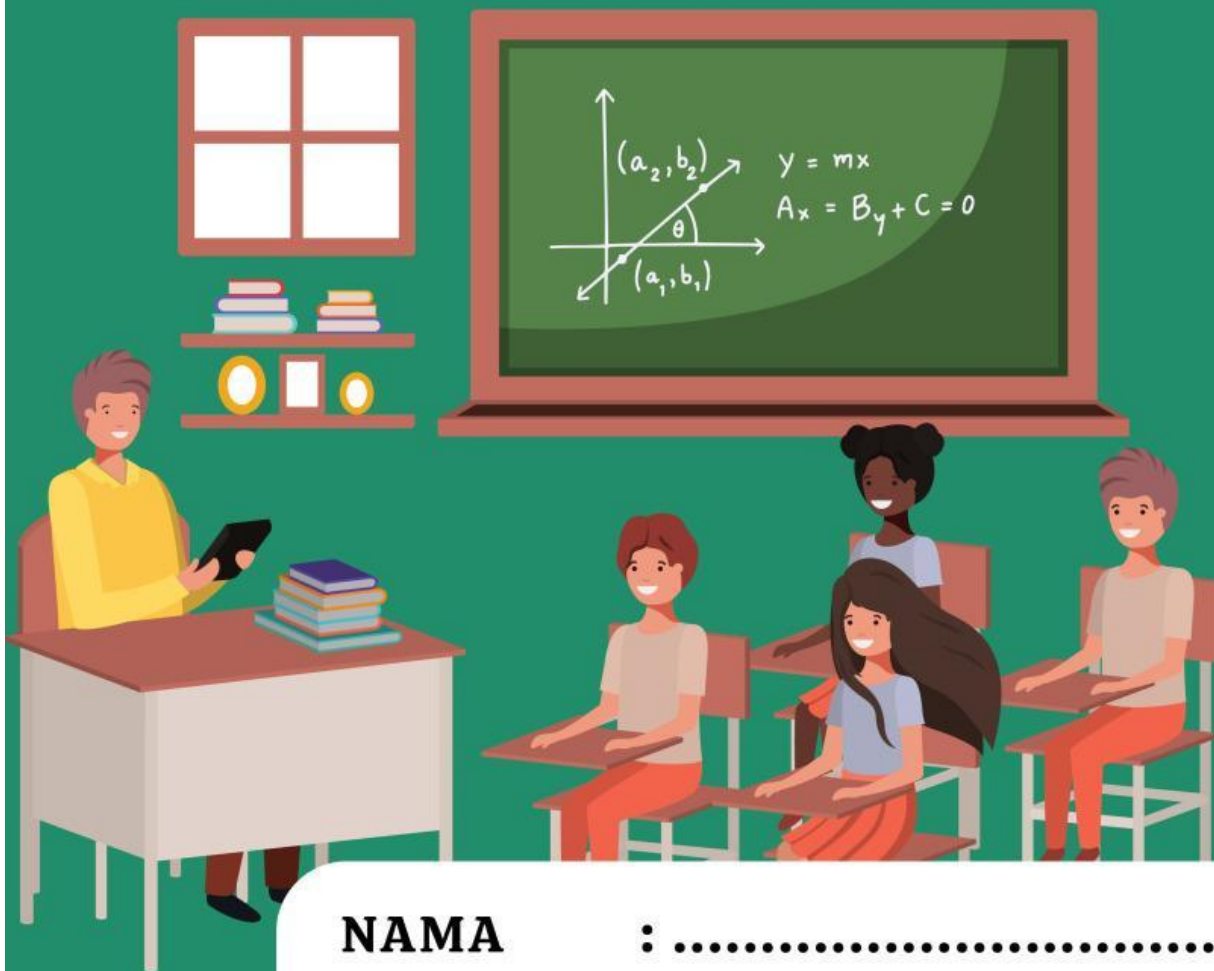
LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

MATRIKS

INVERS MATRIKS

ORDO 2×2 & 3×3

KELAS XI F+ SMA



NAMA :

KELAS :

NO ABSEN :

OLEH
RIANI WIDIASTUTI

CAPAIAN PEMBELAJARAN

Di akhir fase F+, peserta didik dapat menggunakan invers matriks dalam sistem persamaan linear untuk menyelesaikan masalah di kehidupan sehari-hari. Peserta didik dapat melakukan perkalian matriks untuk menemukan solusi.

INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

1. Menjelaskan pengertian matriks menggunakan lingkungan sekitar siswa.
2. Menentukan invers matriks di lingkungan sekitar.
3. Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan matriks di lingkungan sekitar dengan baik.



CAPAIAN PEMBELAJARAN

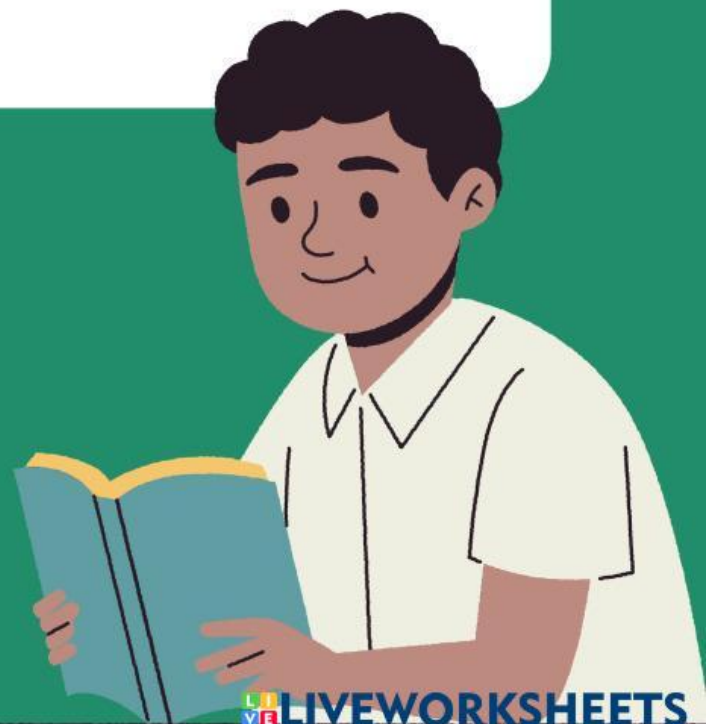
Pada kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan siswa dapat:

1. Menentukan konsep dari matriks
2. Menghitung perkalian matriks
3. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dengan baik


PETUNJUK PENGUNAAN LKPD

Ikutilah petunjuk penggunaan LKPD berikut:


1. Berdoalah sebelum mengerjakan LKPD ini
2. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan.
3. Kerjakan latihan soal yang disediakan.
4. Ingatlah, keberhasilan proses pengerjaan pada LKPD ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami materi yang telah kalian pelajari secara mandiri.



INVERS MATRIKS




Kalian tau ga sih, apa yang dimaksud dengan Invers Matriks?



Invers matriks adalah kebalikan (invers) dari sebuah matriks yang apabila matriks tersebut dikalikan dengan inversnya, akan menjadi matriks identitas. Invers matriks dilambangkan dengan A^{-1} . Suatu matriks dikatakan memiliki invers jika determinan dari matriks tersebut tidak sama dengan nol.

Apa sih fungsi invers matriks di sekitar kita?



Invers pada matriks dibutuhkan untuk kehidupan sehari-hari, karena dapat menjadi alternatif dalam menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linear dua variabel.

INVERS MATRIKS

Sebagai
contoh



Kirana dan teman-temannya makan di sebuah warung. Mereka memesan 3 ayam penyet dan 2 gelas es teh manis. Tak lama kemudian, Reihan datang dan teman-temannya memesan 5 porsi ayam penyet dan 3 gelas es teh manis. Kirana menantang Althaf menentukan harga satu porsi ayam penyet dan es teh manis per gelas, jika Kirana harus membayar Rp70.000,00 untuk semua pesannya dan Reihan harus membayar Rp115.000,00 untuk semua pesannya, berapakah harga satu porsi ayam penyet dan es teh manis per gelas?

Permasalahan tersebut sebenarnya dapat diselesaikan dengan metode substitusi, eliminasi atau grafik. Akan tetapi, semakin tinggi jenjang pendidikan, kita dituntut untuk menggunakan sebanyak mungkin alternatif dalam menentukan solusi untuk suatu permasalahan. Dengan mempelajari invers matriks ini, mungkin akan membiasakan untuk lebih berpikir kritis dalam menanggapi berbagai masalah. Tidak hanya itu, berpikir kreatif dapat membantu berpikir secara rasional, sistematis, meningkatkan kemampuan berpikir secara objektif dan cermat.

Jika Matriks Ordo (2×2)

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Maka Invers dari A dirumuskan:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Jika Matriks Ordo (3×3)

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

Maka Invers dari A dirumuskan:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \times \text{adj}A$$

INVERS MATRIKS

Cara mencari Determinan A ($\det A$) 3×3

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$\det A = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

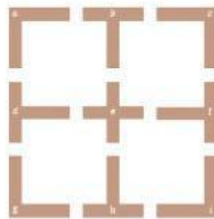
Note:

Jika **determinan** = 0, maka matriks tidak mempunyai invers

Mencari Adjoin ($\text{Adj} A$)

Minor

- $\text{Minor } a = \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} = ei - fh$
- $\text{Minor } b = \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} = di - fg$
- $\text{Minor } c = \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = dh - eg$
- $\text{Minor } d = \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} = bi - ch$
- $\text{Minor } e = \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} = ai - cg$
- $\text{Minor } f = \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} = ah - bg$
- $\text{Minor } g = \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} = bf - ce$
- $\text{Minor } h = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd$
- $\text{Minor } i = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$



$$\text{Minor } A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

Kofaktor

$$\begin{bmatrix} (+)a & (-)b & (+)c \\ (-)d & (+)e & (-)f \\ (+)g & (-)h & (+)i \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$



CONTOH SOAL

Tentukan A^{-1} , jika diketahui matriks ordo (3×3)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Jawab:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\det A = (1.3.2 + 1.(-1).1 + 0.2.0) - (0.3.1 + 1.(-1).0 + 1.2.2)$$

$$\det A = (6 + (-1) + 0) - (0 + 0 + 4)$$

$$\det A = 5 - 4$$

$$\det A = 1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \times \text{Adj } A$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \times \begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -5 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -5 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



CONTOH SOAL

Sinta akan membuat Fried Chicken dan Ayam Geprek. Bahan untuk membuat sudah disiapkan, yaitu 500 gram tepung dan 800 gram ayam fillet. Untuk membuat Fried Chicken memerlukan 50 gram tepung dan 150 gram ayam fillet, sedangkan untuk membuat Ayam Geprek memerlukan 80 gram tepung dan 100 gram ayam fillet.

Jika Fried Chicken = x , dan Ayam Geprek = y

Persediaan tepung dan ayam fillet merupakan matriks B maka, persamaan linear yang dapat dibentuk dari model tersebut adalah

$$\begin{cases} 30x + 20y = 600 \\ 10x + 20y = 400 \end{cases}$$

Berapa banyak Fried Chicken dan Ayam geprek yang dapat dibuat dengan bahan yang tersedia?

Jawab:

Dari persamaan linear tersebut, dapat disederhanakan menjadi:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 60 \\ x + 2y = 40 \end{cases}$$

Selanjutnya, sistem persamaan linear ini diselesaikan dengan menggunakan invers matriks sebagai berikut

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 60 \\ 40 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{3 \times 2 - 2 \times 1} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{6-2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \begin{bmatrix} 2 \times \frac{1}{4} & -2 \times \frac{1}{4} \\ -1 \times \frac{1}{4} & 3 \times \frac{1}{4} \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \\ X &= A^{-1}B \\ X &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 60 \\ 40 \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times 60 + (-\frac{1}{2}) \times 40 \\ -\frac{1}{4} \times 60 + \frac{3}{4} \times 40 \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} 30 - 20 \\ -15 + 30 \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Oleh Karena X dimisalkan $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ maka diperoleh $x = 10$ dan $y = 15$
Jadi, Fried Chicken yang dapat dibuat adalah 10 pax dan
Ayam Geprek yang dapat dibuat adalah 15 pax

Latihan Soal

1. Bu Dewi akan membuat 2 jenis kue. Bahan untuk membuat kue sudah disiapkan, yaitu 500 gram tepung dan 300 gram gula. Kue jenis A memerlukan 60 gram tepung dan 20 gram gula, sedangkan kue jenis B memerlukan 50 gram tepung dan 50 gram gula.

Jika Kue A = x , dan kue B = y

Persediaan tepung dan gula merupakan matriks B
maka, persamaan linear yang dapat dibentuk dari model tersebut adalah

$$\begin{cases} 60x + 50y = 500 \\ 20x + 50y = 300 \end{cases}$$

Berapa banyak kue jenis A dan kue jenis B yang dapat dibuat dengan bahan yang tersedia?

Kirim Jawaban

2. Budi membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Siti membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Budi membayar Rp 11.500, sedangkan Siti membayar Rp 9.000. Jika Adit membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar?

Kirim Jawaban

3. Seorang ahli kimia sedang merencanakan campuran bahan kimia untuk menghasilkan suatu produk tertentu. Ia telah mencatat campuran tiga bahan kimia, A, B, dan C, dalam tabel berikut menunjukkan perbandingan bahan kimia yang diperlukan untuk satu batch produk:

Tabel Campuran Bahan Kimia:

Bahan Kimia	Kilo Gram		
A	1	2	3
B	2	4	6
C	3	6	9

Dia ingin membuat 3 batch produk yang berbeda dengan komposisi campuran berikut:

Bahan Kimia	Batch		
	1	2	3
A	50 kg	30 kg	40 kg
B	100 kg	60 kg	80 kg
C	150 kg	90 kg	120 kg

Dia ingin memastikan bahwa setiap batch produk terdiri dari campuran yang tepat dari bahan kimia. Untuk melakukan itu, dia perlu menentukan seberapa banyak dari setiap bahan kimia yang harus digunakan dalam setiap batch produk. Tentukan matriks invers dari matriks campuran bahan kimia, dan gunakan invers ini untuk menghitung jumlah bahan kimia yang harus digunakan dalam setiap batch produk!

Kirim Jawaban