Colegio Bilingüe en Computación San Bernabé

Quinto Diversificado, Precálculo
Cuarto Bimestre, Examen Final

Nombre: ____

Clave: _____________ Fecha: _________________________

Serie 1: Determine lo que se le solicite dejando constancia de todo su proceso. **(3P)**

1. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto **P**: $y = x^3 - 2x^2 - 1; \quad P(2, -1)$

2. Determine los límites de la forma $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, de las siguientes funciones: $f(x) = x^2; \quad x = 2$

3. Determine en que valores de "x" las funciones son continuas: $y = \frac{x+3}{x^2+7x+10}$

Serie 2: Calcule los siguientes limites utilizando cualquier método. Deje constancia de todo el proceso necesario. **(6P)**

4. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2+15} - 4}{x-1}$

5. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 6x}{\sin 3x}$

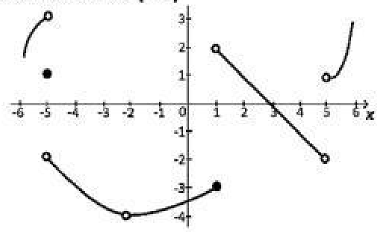
6. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 7x}$

7. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{4x^2+6x+1}{9x^2+3}\right)^{1/2}$

8. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4x - 8x^2}{\sqrt{9x^4+9}}$

9. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x+9} - \sqrt{x+16}\right)$

Serie 3: Para la función f, cuya gráfica se muestra: **(2P)**



10. Determine los siguientes límites:

a. $\lim\limits_{x \to -5^+} f(x)$ b. $\lim\limits_{x \to -5^-} f(x)$ c. $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ d. $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$

Serie 4: Determine la primera derivada respecto de x de cada una de las siguientes funciones utilizando cualquier método de derivación. **(9P)**

11. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 3\cos x$

a. $f'(x) = -\frac{1}{2x^{-\frac{3}{2}}} - 3\sin x$

b. $f'(x) = -\frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}} + 3\sin x$

c. $f'(x) = \frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}} - 3\sin x$

d. $f'(x) = -\frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}} - 3\sin x$

12. $f(x) = (3x+1)^6(2x+1)^{-5}$

a. $f'(x) = \frac{2(3x-1)^5(3x+4)}{(2x+1)^4}$

b. $f'(x) = \frac{2(3x+1)^3(3x-4)}{(2x+1)^6}$

c. $f'(x) = \frac{2(3x+1)^5(3x+4)}{(2x+1)^6}$

d. $f'(x) = \frac{2(3x-1)^4(3x+4)}{(2x+1)^5}$

13. $f(x) = \left(\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{1}{x}\right)^5$

a. $f'(x) = 5\left(\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{1}{x}\right)^2\left(\frac{2x}{5} + 2 - \frac{1}{x^2}\right)$

b. $f'(x) = 5\left(\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{1}{x}\right)^4\left(\frac{2x}{5} + 2 - \frac{1}{x^2}\right)$

c. $f'(x) = 10\left(\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{1}{x}\right)^4\left(\frac{2x}{5} + 2 + \frac{1}{x^2}\right)$

d. $f'(x) = 5\left(\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{1}{x}\right)^4\left(\frac{x}{5} + 2x - \frac{1}{x^2}\right)$

14. $f(t) = \tan^4(\sin^4 t)$

a. $f'(t) = 4\tan^3(\sin t)\sec^2(\sin^4 t)\sin^3 t\cos t$

b. $f'(t) = 16\tan^3(\sin^4 t)\sec^2(\sin t)\sin^3 t\cos t$

c. $f'(t) = 16\tan^3(\sin^4 t)\sec^2(\sin^4 t)\,sin\ t\cos t$

d. $f'(t) = 16\tan^3(\sin^4 t)\sec^2(\sin^4 t)\sin^3 t\cos t$

15. $f(x) = \sqrt{2 + x\tan x}$

a. $f'(x) = \frac{\tan x + x\cdot\sec^2 x}{2\sqrt{2+x\cdot\tan x}}$

b. $f'(x) = \frac{\tan x + \sec^2 x}{2\sqrt{2+x\cdot\tan x}}$

c. $f'(x) = \frac{\tan x - x\cdot\sec^2 x}{2\sqrt{2+x\cdot\tan x}}$

d. $f'(x) = \frac{\tan x + x\cdot\sec x}{2\sqrt{2-x\cdot\tan x}}$

16. $f(x) = (\sec x + \cos x)(\sec x - \cos x)$

a. $f'(x) = \sec^2 x - \cos^2 x$

b. $f'(x) = 2\sec^2 x\tan x + 2\cos x\sin x$

c. $f'(x) = 2\sec^2 x\tan x - 2\cos x\sin x$

d. $f'(x) = 2\sec^2 x\cos x - 2\cos x\sin x$

Serie 5: Resuelva los siguientes problemas usando las derivadas necesarias. **(3P)**

17. Supongamos que exploradores en un pequeño planeta sin aire usaron una pistola de resorte para lanzar una bola verticalmente hacia arriba, desde la superficie, y con una velocidad de lanzamiento de $20\ m/s$. Puesto que la aceleración debida a la gravedad en la superficie del planeta fue de $g_s\ m/s^2$, los exploradores esperaban que la bola alcanzará una altura de $s = 20t - \left(\frac{1}{2}\right) g_s t^2$ m al cabo de t segundos. La bola alcanzó su altura máxima 15 segundos después de ser lanzada. ¿Cuál es el valor de g_s?

18. Suponga que las funciones f y g, así como sus derivadas con respecto a x, tienen los siguientes valores en $x = 4$ y $x = 6$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
4	1	6	5	9
6	2	4	3	8

Determine las derivadas con respecto a x de las siguientes combinaciones en el valor dado de x.

a. $f(g(x)), x = 4$

b. $f(x) + g(x), x = 6$

c. $f(x) \cdot g(x), x = 6$

d. $\frac{f(x)}{g(x)}, x = 4$

Serie 6: Resuelva los siguientes problemas dejando constancia de cada uno de los procesos usados. Para estos ejercicios puede usar limites o derivadas. **(7P)**

19. Con la curva $y = x^3 + 2x - 1$, calcule lo que se indique:

a. **Pendiente mínima** ¿Cuál es la menor pendiente de la curva?

b. ¿En qué punto de la curva tiene dicha pendiente?

20. Determine todos los puntos (x, y) en la gráfica de $f(x) = 3x^2 + 3x$ con rectas tangentes paralelas a la recta $y = 6x - 3$.

21. Se dan las posiciones $s = f(t)$ de un cuerpo que se mueve en una recta coordenada; x está en metros y t en segundos. Determine lo que se indique en cada ejercicio.

$$s = \frac{t^4}{2} - 2t^2 + 8t \quad 0 \leq t \leq 5$$

a. Determine la velocidad en $t = 4s$.

b. Determine la aceleración en $t = 1.5s$.

22. La curva $f(x) = \frac{3x}{x^2+1/2}$ llamada serpentina de Newton se muestra a continuación, determine las ecuaciones de las rectas tangentes

a. En el origen

b. En el punto $(1, 2)$