

KELOMPOK:

1.
2.
3.
4.

LKPD**Kompetensi Dasar**

- 3.3 Menganalisis lingkaran secara analitik.
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang terkait dengan lingkaran.

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran menggunakan *discovery learning* dengan metode diskusi, peserta didik dapat memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat menganalisis persamaan lingkaran dengan pusat $O(0,0)$ dan di suatu titik dengan jari-jari r serta mampu menentukan bentuk umum persamaan lingkaran.

Petunjuk Penggunaan LKPD

1. Isilah identitas kelompok secara lengkap.
2. Cermati permasalahan yang diberikan.
3. Selesaikan setiap pertanyaan atau soal secara berkelompok.



Perhatikan permasalahan berikut ini!

Pernahkan kalian mendengar kata radar? Apakah kalian tau cara kerja radar?

Radar merupakan salah satu alat navigasi yang dapat mengidentifikasi kapal atau pesawat lain yang berada dalam radius kilometer tertentu. Radar pada kapal memiliki perbedaan dengan radar pada pesawat, namun keduanya memiliki prinsip kerja yang mirip. Pada artikel ini, kami akan fokus pada cara kerja radar pada kapal.

Selain dapat mengidentifikasi kapal lain, ternyata radar kapal memiliki beberapa fungsi lain. Misalnya adalah menghitung jarak target tujuan. Informasi tersebut digunakan untuk menentukan kecepatan, arah, dll. Kemudian radar kapal dapat berintegrasi dengan perangkat lainnya di kapal untuk menyajikan data yang akurat.

Suatu kapal pesiar yang ditempatkan pada koordinat $(5, 12)$ memiliki radar dengan jangkauan 45 km ke segala arah. apakah radar tersebut dapat mendeteksi kapal lain pada koordinat $(50, 25)$?

Permasalahan diatas menggunakan konsep Analitik Lingkaran. Untuk lebih memahaminya, mari kita diskusikan LKPD berikut ini

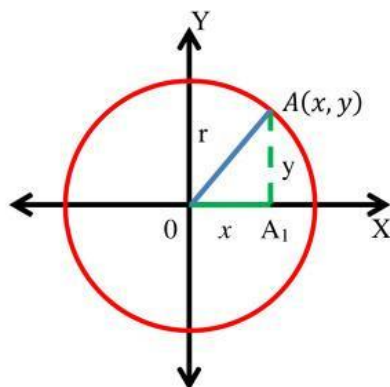
**AYO DISKUSI**

Selain contoh di atas, dapatkan kalian menentukan contoh lainnya.



A. Persamaan Lingkaran yang Berpusat di $O(0,0)$ dan berjari-jari r

Perhatikan grafik berikut ini.



Perhatikan segitiga siku-siku OAA_1 di samping.

Panjang OA =

Panjang OA_1 =

Panjang AA_1 =

Dengan menggunakan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$OA^2 = \dots^2 + \dots^2$$

$$\dots^2 = \dots^2 + \dots^2$$

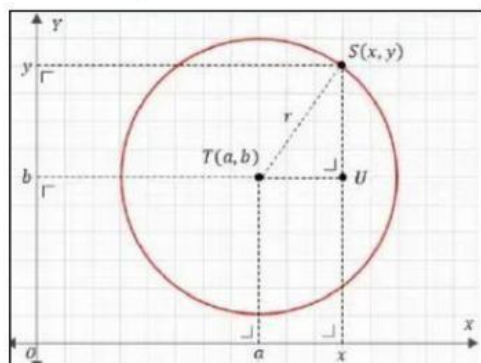
HASIL DISKUSI

Jadi, dapat disimpulkan bahwasanya persamaan lingkaran dengan pusat $O(0,0)$ dan berjari-jari r adalah



B. Persamaan Lingkaran yang Berpusat di titik (a,b) dan berjari-jari r

Perhatikan grafik berikut ini.



Perhatikan segitiga siku-siku STU di samping.

Panjang TU =

Panjang SU =

Dengan menggunakan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$ST^2 = \dots^2 + \dots^2$$

$$\dots^2 = \dots^2 + \dots^2$$

HASIL DISKUSI

Jadi, dapat disimpulkan bahwasanya persamaan lingkaran dengan pusat di titik (a,b) dan berjari-jari r adalah



C. Bentuk Umum Persamaan Lingkaran

Bentuk umum persamaan lingkaran dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Bentuk umum persamaan lingkaran diperoleh dari penjabaran persamaan lingkaran yang berpusat di titik (a, b) dan berjari-jari r .

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow \dots\dots\dots = r^2 \quad (\text{Jabarkan persamaan kuadrat di atas})$$

$$\Leftrightarrow \dots\dots\dots = r^2 \quad (\text{Kelompokkan berdasarkan variabelnya})$$

$$\Leftrightarrow \dots\dots\dots = 0$$

Sehingga di peroleh:

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \dots$$

Dari persamaan di atas di peroleh:

$$a = \dots$$

$$b = \dots$$

$$r = \dots$$

Untuk lebih memahami persamaan lingkaran, perhatikan contoh berikut ini.



CONTOH

1. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $0(0,0)$ dan berjari-jari 6.
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(3, -2)$ dan berjari-jari 5.
3. Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran dari persamaan $L \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y - 36 = 0$.

Jawab:

$$\begin{aligned} 1. \quad L \equiv x^2 + y^2 = r^2 &\Leftrightarrow L \equiv x^2 + y^2 = 6^2 \\ &\Leftrightarrow L \equiv x^2 + y^2 = 36. \end{aligned}$$

Jadi, persamaan lingkaran yang berpusat di titik $0(0,0)$ dan berjari-jari 6 adalah $x^2 + y^2 = 36$.

$$\begin{aligned} 2. \quad L \equiv (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 &\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - (-2))^2 = 5^2 \\ &\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(3, -2)$ dan berjari-jari 5 adalah $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$.

3. Dari persamaan di atas diperoleh $A = -4, B = -6$ dan $C = -36$

$$\text{Pusat} = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right) = \left(-\frac{1}{2}(-4), -\frac{1}{2}(-6)\right) = (2, 3)$$

$$\begin{aligned} \text{Jari-jari} &= \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C} = \sqrt{\frac{1}{4}(-4)^2 + \frac{1}{4}(-6)^2 - (-36)} \\ &= \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan $L \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y - 36 = 0$ mempunyai Pusat $(2, 3)$ dan jari-jari 7.

KESIMPULAN

Dari kegiatan di atas diperoleh persamaan lingkaran:

1. Apabila diketahui Pusat di titik $O(0,0)$ dan jari-jari r , maka persamaan lingkarannya adalah
2. Apabila diketahui Pusat di titik (a,b) dan jari-jari r , maka persamaan lingkarannya adalah
3. Apabila diketahui persamaan lingkaran $L \equiv x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ maka diperoleh pusatnya adalah dan jari-jarinya adalah

LATIHAN SOAL

1. Tentukan persamaan lingkaran apabila diketahui:
 - a. Pusat $(0,0)$ dan jari-jari 3
 - b. Pusat $(0,0)$ dan jari-jari $3\sqrt{5}$
 - c. Pusat $(2,-3)$ dan jari-jari 4
 - d. Pusat $(-1,-6)$ dan jari-jari $4\sqrt{3}$
2. Tentukan pusat dan jari-jari dari persamaan lingkaran berikut ini:
 - a. $x^2 + y^2 = 25$
 - b. $x^2 + y^2 = 24$
 - c. $(x + 1)^2 + (y - 5)^2 = 9$
 - d. $(x - 9)^2 + (y + 8)^2 = 32$
3. Tentukan pusat dan jari-jari dari persamaan lingkaran berikut ini:
 - a. $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 8 = 0$
 - b. $4x^2 + 4y^2 - 80x + 12y + 265 = 0$
4. Diketahui sebuah lingkaran dengan pusat $M(7, -2)$. Lingkaran tersebut melalui titik $A(-2, 10)$. Hitung jari-jari lingkaran, kemudian tentukan persamaannya.