

LEMBAR KERJA
PESERTA DIDIK
TRANSFORMASI
GEOMETRI

NAMA :

KELAS :



LEMBAR KERJA SISWA(LKS)

KOMPETENSI DASAR

3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

INDIKATOR

3.5.1 Menyebutkan contoh translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi dalam kehidupan sehari-hari

3.5.2 Menemukan sifat-sifat translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat

3.5.3 Menentukan matriks komposisi transformasi dengan menghubungkan koordinat titik atau kurva bayangannya.

3.5.4 Menjelaskan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.

3.5.5 Menemukan konsep transformasi (translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi) dengan konsep matriks.

4.5.1 Menggunakan konsep transformasi (translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi) dengan kaitannya dengan konsep matriks dalam menemukan koordinat titik atau fungsi setelah ditransformasi.

4.5.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks komposisi transformasi geometri refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi.

4.6.2 Menyelesaikan luas bangun hasil transformasi.

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Peserta didik dapat menyebutkan contoh translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi dalam kehidupan sehari-hari

2. Peserta didik dapat menjelaskan operasi translasi dan matriks translasinya.

3. Peserta didik dapat menjelaskan operasi refleksi dan matriks refleksinya.

4. Peserta didik dapat menjelaskan operasi dilatasi dan matriks dilatasinya.

5. Peserta didik dapat menjelaskan operasi rotasi dan matriks rotasinya.

6. Peserta didik dapat menentukan luas bangun hasil transformasi

7. Peserta didik dapat menjelaskan komposisi transformasi di bidang.

8. Peserta didik dapat menentukan aturan transformasi dari komposisi beberapa transformasi

PETUNJUK PENGGUNAAN

1. Simak video serta bacalah informasi-informasi pada LKPD

2. Kerjakan soal sesuai perintah.

3. Klik finish apabila telah selesai mengerjakan latihan soal.

4. Masukkan isian sesuai perintah pada tampilan isian, setelah itu anda dapat melihat skor dari latihan soal yang telah anda kerjakan.

TRANSFORMASI GEOMETRI

REFLEKSI

Refleksi atau sering disebut dengan istilah pencerminan adalah suatu transformasi dengan memindahkan setiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat - sifat pencerminan pada cermin datar.

Refleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu x	$A'(x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal $O(0,0)$	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = h$	$A'(x, 2h - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2h \end{pmatrix}$

Agar dapat lebih memahami apa itu refleksi, simak video di bawah.



TRANSLASI

Translasi atau pergeseran adalah transformasi yang memindahkan setiap titik pada bidang menurut jarak dan arah tertentu.

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x + a, y + b)$$

Simak video di samping untuk mengetahui translasi lebih lanjut.



ROTASI

Rotasi adalah memutar setiap titik pada bidang dengan menggunakan titik pusat tertentu yang memiliki jarak sama dengan setiap titik yang diputar (jari-jari). Rotasi tidak mengubah ukuran benda sama sekali. Ada dua macam rotasi yaitu rotasi dengan titik pusat $(0,0)$ dan rotasi dengan titik tertentu $P(a,b)$.

Titik Pusat	Persamaan Matrik Transformasi
$(0,0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a,b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Simak video di samping untuk menambah pemahaman.



TRANSFORMASI GEOMETRI

DILATASI

Selain dipindah, dicerminkan, dan diputar, transformasi juga bisa berbentuk pembesaran atau pengecilan yang disebut dilatasi. Faktor yang menyebabkan diperbesar atau diperkecilnya suatu bangun dinamakan faktor dilatasi. Faktor dilatis dilambangkan dengan k dimana

- Jika $k > 1$ atau $k < -1$ maka diperbesar
- Jika $-1 < k < 1$ maka diperkecil
- Jika $k = 1$ atau $k = -1$ maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran



LUAS BANGUN HASIL TRANSFORMASI

Jika matriks transformasi $T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun L menjadi bangun L' , maka :
Luas Bangun $L' = |\det T| \times \text{Luas Bangun } L$
Keterangan :

- $|\det T|$ merupakan nilai mutlak determinan matriks T
- Luas bangun $L' = \text{luas bayangan}$
- Luas bangun $L = \text{luas awal}$



KOMPOSISI DUA TRANSFORMASI

1. Komposisi Refleksi

Komposisi refleksi	Hasil bayangan
Terhadap garis $x=a$ dilanjutkan garis $x=b$	$x' = 2(b-a) + x$ $y' = y$
Terhadap garis $y=a$ dilanjutkan garis $y=b$	$x' = x$ $y' = 2(b-a) + y$
Terhadap garis yang tegak lurus	Rotasi pada perpotongan garis sejauh 180°
Terhadap garis yang berpotongan ($m_1 = \tan \alpha$, $m_2 = \tan \beta$)	Rotasi pada perpotongan garis sejauh $2(\beta - \alpha)$

Simak video di samping untuk mendapat informasi lebih lanjut



TRANSFORMASI GEOMETRI

2. Komposisi Translasi

Komposisi Translasi

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Simak video di samping untuk mendapat informasi lebih lanjut



3. Komposisi Rotasi

Komposisi rotasi terhadap titik pusat $O(0,0)$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a + \beta) & -\sin(a + \beta) \\ \sin(a + \beta) & \cos(a + \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Komposisi rotasi terhadap titik pusat $P(a,b)$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a + \beta) & -\sin(a + \beta) \\ \sin(a + \beta) & \cos(a + \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Simak video di samping untuk mendapat informasi lebih lanjut



4. Komposisi Dilatasi

*) titik pusat $(0,0)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M_3 \circ M_2 \circ M_1 \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

*) titik pusat (a,b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 \times \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M_3 \circ M_2 \circ M_1 \times \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Simak video di samping untuk mendapat informasi lebih lanjut



5. Komposisi Transformasi dengan Matriks

Komposisi Transformasi dengan Matriks

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \cdot M_2 \cdot M_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Simak video di samping untuk mendapat informasi lebih lanjut



TRANSFORMASI GEOMETRI

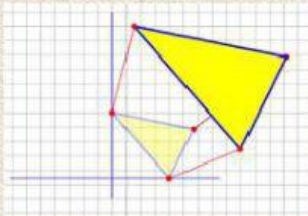
KEGIATAN 1

Isilah kolom kosong dengan memilih jawaban yang tepat!

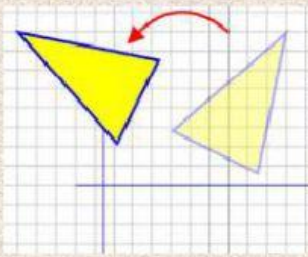
Transformasi	Luas bayangan	Bentuk Bayangan
Refleksi		
Translasi		
Rotasi		
Dilatasi		
Transformasi dengan matriks		

KEGIATAN 2

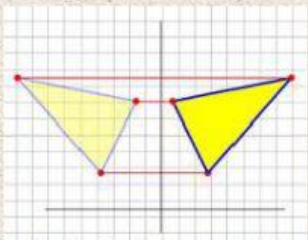
Pasangkanlah gambar dan keterangan di bawah ini dengan tepat!



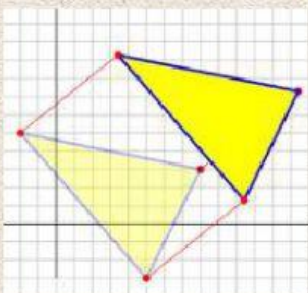
ROTASI



REFLEKSI



TRANSLASI



DILATASI

TRANSFORMASI GEOMETRI

KEGIATAN 3

Pilihlah jawaban yang tepat!

1. Tentukan bayangan garis $y = 2x - 3$ oleh translasi $T = \dots$

A $y = x - 2$

C $y = 2x - 4$

B $y = 2x - 3$

D $y = 3x - 2$

2. Tentukan bayangan garis $y = 2x + 5$ oleh pencerminan terhadap sumbu $x = \dots$

A $y = -2x - 5$

C $y = 5x + 2$

B $y = -2x + 5$

D $y = -5x - 2$

3. Diketahui koordinat titik $(1, -4)$. Tentukan bayangan titik itu setelah dikenai transformasi rotasi yang berpusat di $P(-1, 3)$ sebesar 270°

A $(1, -3)$

C $(-1, 4)$

B $(-8, 1)$

D $(-4, 3)$

4. Diketahui koordinat titik $(1, -4)$. Tentukan bayangan titik itu setelah dikenai transformasi dilatasi berpusat di $P(2, 3)$ sebesar 2

A $(0, 11)$

C $(-1, 4)$

B $(-2, -3)$

D $(0, -11)$

5. Tentukan bayangan $(2, 1)$ oleh pencerminan terhadap titik $(4, 2)$

A $(6, 3)$

C $(-4, -2)$

B $(-2, -1)$

D $(-6, 3)$

6. Diketahui matriks $M = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, kemudian sebuah persegi panjang memiliki luas bayangan sebesar 6 kali luas awal dikurang 30 dan memiliki panjang sebesar 6 satuan. Tentukan keliling persegi panjang tersebut

A 18 satuan

C 15 satuan

B 22 satuan

D 20 satuan

TRANSFORMASI GEOMETRI

7. Misalkan T_1 menyatakan transformasi berupa dilatasi sebesar $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, dan T_2 menyatakan transformasi berupa pencerminan terhadap sumbu X. Tentukan bayangan titik $A(1, 5)$ jika dilakukan komposisi transformasi berupa $T_2 \circ T_1$

A $A'' = (4, -3)$

C $A'' = (-3, 4)$

B $A'' = (2, 4)$

D $A'' = (3, 2)$

8. Misalkan Persamaan garis $2x - 3y = 5$ ditransformasi berupa dilatasi dengan faktor skala 4, kemudian hasilnya dilanjutkan lagi dengan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar 90° . Tentukan simbol komposisi transformasinya dan tentukan bayangan akhir dari persamaan garis tersebut!

A $3x + 2y = 20$

C $x + y = 10$

B $5x + 2y = 10$

D $2x + 3y = 10$

9. Tentukan bayangan persamaan $y = 2x^2 - 3x + 1$ jika ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ dan dilanjutkan lagi dengan translasi sejauh $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$!

A $y = 2x^2 - 15x + 26$

C $y = 2x^2 + 15x + 26$

B $y = 2x^2 - 5x + 6$

D $y = x^2 - 3x + 15$

10. Tentukan bayangan titik $D(1, -3)$ jika didilatasi oleh faktor skala 2 dengan titik pusat $(2, 1)$. dilanjutkan dengan dilatasi faktor skala -3 dengan titik pusat $(-3, 1)$!

A $(1, 2)$

C $(12, 4)$

B $(-12, 25)$

D $(2, 4)$



TRANSFORMASI GEOMETRI

KEGIATAN 4

Buatlah kesimpulan dari informasi yang telah kamu dapatkan pada LKPD, video serta berdasarkan soal-soal yang telah kamu kerjakan di atas!

SELAMAT BELAJAR!

