

Demonstre que toda matriz elementar é invertível e a inversa é também uma matriz elementar

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ | 1 & 0 & 0 | \\ | 0 & 1 & 0 | \\ | 0 & 5 & 1 | \end{array} \text{ exemplo} \quad \begin{array}{c} \mathbf{A}^{-1} \\ | 1 & 0 & 0 | \\ | 0 & 1 & 0 | \\ | 0 & -5 & 1 | \end{array}$$

isto é,
 $F^*E = \text{Id}$,

aplicada
sobre a
matriz Id

mas F é uma
operação
elementar

portanto, a
matriz
elementar E

um operador
 E em F ,
obtemos a

matriz Id ,
isto é,
 $E^*F = \text{Id}$

então, se
agora
aplicarmos

seja Id a
matriz
identidade

F em E ,
obtemos a
matriz Id

e se
aplicarmos
um operador

aplicando um
operador
elementar

é invertível e
sua inversa F
é elementar

obtemos uma
matriz
elementar E