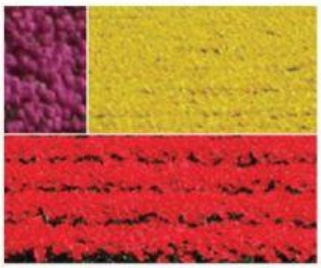
Segundo de Secundaria Matemáticas
Viernes 05 de febrero
Perímetros y áreas

Aprendizaje esperado: *Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).*
Énfasis*: Representar propiedades de figuras geométricas.*

¿Qué vamos a aprender?
En esta sesión, retomarás algunos conocimientos matemáticos que has estudiado desde la educación primaria y secundaria, conocimientos correspondientes al cálculo de perímetro de polígonos, el área de triángulos y cuadriláteros, ya que se generalizarán procedimientos con ayuda de expresiones algebraicas para obtener fórmulas de perímetro y área usando literales.

¿Qué hacemos?
Para iniciar observa la siguiente imagen de una pintura de un campo de tulipanes dividido en partes. En cada una se pintaron con un color diferente los tulipanes. De igual forma, lee las preguntas que se realizan.

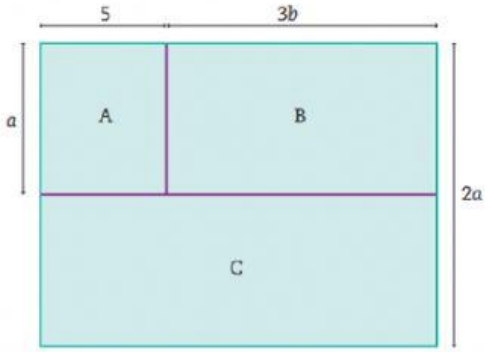


¿Cómo calcularías la superficie total de esa pintura?

¿Habrá más de una manera para calcular su área total?

¿Existen otras formas para calcular el área de cada parte de la pintura? ¿Cómo saber cuáles son equivalentes?

¿Las expresiones equivalentes darán el mismo resultado?



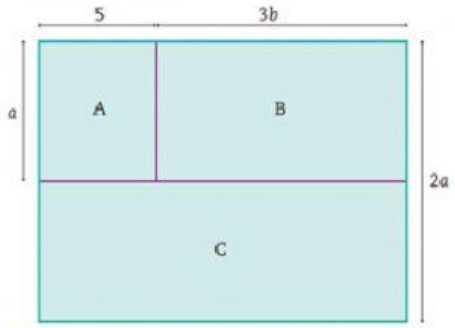
Analiza la situación de la pintura del campo de tulipanes para poder dar respuesta a las preguntas anteriores.

La imagen que ves a un lado es una representación de la pintura del campo de tulipanes, en la cual se identifican, con letras, las diferentes partes, y se señalan algunas de sus dimensiones.

El rectángulo "A" representa la parte de la pintura donde hay tulipanes de color púrpura.
El rectángulo "B" representa la parte de la pintura donde hay tulipanes color amarillo.
El rectángulo "C" representa la parte de la pintura donde hay tulipanes de color rojo.

Ahora, reflexiona, ¿cómo se expresa el área del rectángulo "A"?
Observa que es un rectángulo cuya base es 5 y la altura es "***a***".
El área de un rectángulo se determina multiplicando la base por la altura.

LIVEWORKSHEETS



¿Cómo expresarían el área del rectángulo A?

$$A = bh$$

$$A = (5)(a)$$

$$A = 5a$$

Entonces, el área del rectángulo "A" es: "A" es igual a 5 por "***a***", que es igual a: **A = 5a.**

Se ha usado la fórmula para calcular el área del rectángulo "A", correspondiente a los tulipanes de color purpura; para ello se define que, por ser un rectángulo, se multiplica el valor de su base por el de su altura.

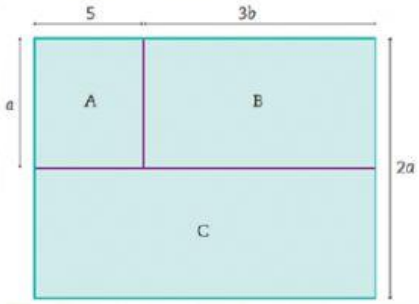
Ahora, se calculará el área de los rectángulos "B" y "C".

El rectángulo "B" mide de base 3b y la altura es "***a***". Entonces el área es igual a la base por la altura. Área es igual a 3b por "***a***". **B = 3ab.**

Sabes que, al multiplicar expresiones algebraicas, multiplicas signos, coeficientes y literales.

3b es positivo, "*a*" es positivo, por lo tanto, positivo por positivo es igual a positivo. El coeficiente de "*b*" es 3 y de "*a*" es 1, por lo tanto, 3 por 1 es igual a 3

Y las literales, "a" por "b" es igual que ab. Es así que el resultado de 3b por "*a*" es 3ab.

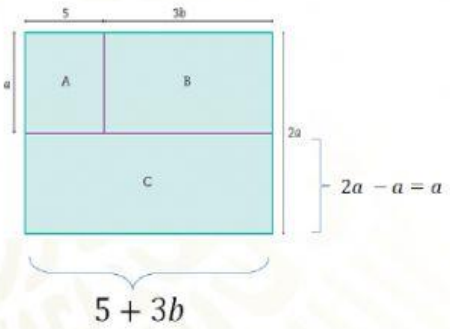


Área del rectángulo B

$$A = bh$$

$$A = (3b)(a)$$

$$A = 3ab$$



Área del rectángulo C

$$A = bh$$

$$A = (5 + 3b)(a)$$

$$A = 5a + 3ab$$

Por último, se determina el área del rectángulo "C". La base del rectángulo "C" es la suma de la base del rectángulo "A" y "B", que es igual a 5 más 3b. Y la altura del rectángulo "C" se obtiene al restar 2a menos "a". Es así como la altura del rectángulo "C" es igual a 2a menos "*a*", que es igual que "*a*".

Entonces, el área del rectángulo "C" es igual a 5 más 3b por "*a*". Se multiplican los dos términos que representan la base por el término que representa la altura.

Sabes que, al multiplicar expresiones algebraicas, multiplicas signos, coeficientes y literales. Y obtienes 5a más 3ab, que es correspondiente al área del rectángulo "C".

El procedimiento anterior permite determinar áreas cuando las medidas están dadas en expresiones algebraicas.

Pero, ¿se podría determinar el perímetro de la pintura del campo de tulipanes y también el de cada parte de ella?

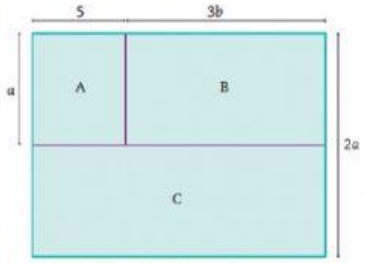
LIVEWORKSHEETS

¡Esa es una muy buena idea, averígualo! Sabes que la pintura se ha dividido en tres rectángulos, por lo que su perímetro se calcula con la suma de las medidas de todos sus lados.

Por ser un rectángulo, tiene dos pares de lados iguales. Es decir, para calcular su perímetro, se suman dos veces la medida de su base y dos veces la medida de la altura.

Ahora se determinarán las expresiones correspondientes al perímetro de cada rectángulo.

$$P = 2b + 2h$$



Perímetro del rectángulo A

$$P = 2(5) + 2(a)$$

$$P = 10 + 2a$$

Perímetro del rectángulo B

$$P = 2(3b) + 2(a)$$

$$P = 6b + 2a$$

Perímetro del rectángulo C

$$P = 2(5 + 3b) + 2(a)$$

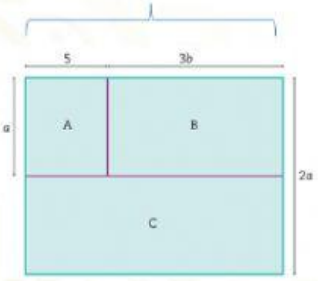
$$P = 10 + 6b + 2a$$

Rectángulo "A"
Dos veces la base más dos veces la altura. La base es 5 y la altura es "a". El perímetro es igual a dos veces 5 más dos veces "a". El perímetro es igual a 10 más 2a.

Rectángulo "B"
Dos veces la base, que es 3b, más dos veces la altura, que es "a". El perímetro es igual a 6b más 2a.

Rectángulo "C"
Dos veces la base, que es 5 más 3b, más dos veces la altura, que es 2a. El perímetro es igual a 10 más 6b, más 2a.

$$5 + 3b$$



$$P = 2b + 2h$$

$$P = 2(5 + 3b) + 2(2a)$$

$$P = 10 + 6b + 4a$$

$$A = bh$$

$$A = (5 + 3b)(2a)$$

$$A = 10a + 6b$$

Hay que determinar el perímetro de la pintura del campo de tulipanes.

La base es igual a 5 más 3b, la altura es 2a. El perímetro es igual a dos veces 5 más 3b, más dos veces 2a. El perímetro es igual a 2 por 5, 10; más dos por 3b, 6b; más dos por 2a, 4a. El perímetro de la pintura del campo de tulipanes es igual a 10 más 6b, más 4a.

Se calcula también el área de la pintura que es de forma rectangular.
Área es igual a base por altura. Área es igual a 5 más 3b por 2a. Área es igual a 10a más 6b.

Si te diste cuenta, si sumas el área de los 3 rectángulos, debes obtener la misma expresión que se acaba de obtener como el área de la pintura del campo de tulipanes.

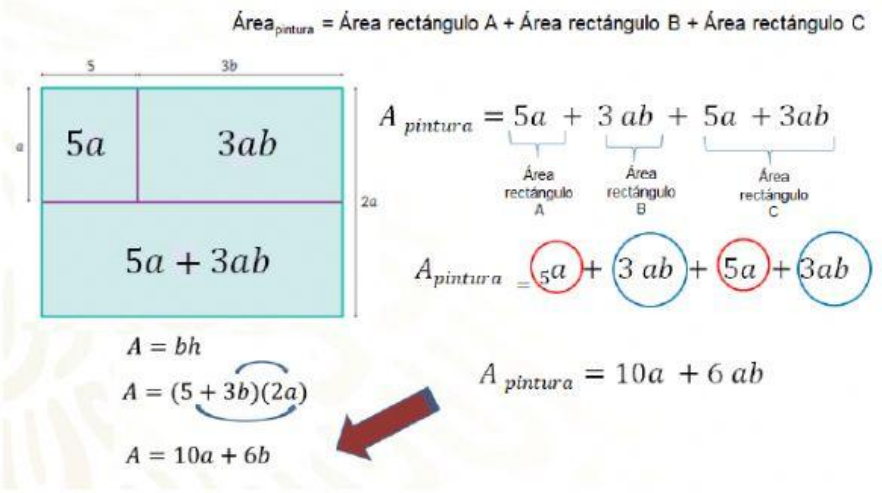
Definitivamente. ¡Observa la comprobación!

El área de la pintura es igual a la suma de los 3 rectángulos que la forman.

El área del rectángulo "A" es igual a 5a. El área del rectángulo "B" es igual a 3ab. El área del rectángulo "C" es igual a 5a más 3ab

LIVEWORKSHEETS

Por lo tanto, el área total de la pintura es igual a 5a más 3ab, más 5a, más 3ab. Esta es la expresión algebraica que representa el área de la pintura del campo de tulipanes; puedes notar que tienes términos semejantes.



Los términos semejantes son términos algebraicos que tienen la misma parte literal con los mismos exponentes; en este caso, 5a y 5a son términos semejantes, 3ab y 3ab son términos semejantes, por lo que se puede realizar una reducción de términos semejantes a través de resta o suma, según los signos de los coeficientes, en este caso, todos positivos, por lo tanto, se reduce a través de la suma.

5a más 5a es igual a 10a.
3ab más 3ab es igual a 6ab

Entonces, al sumar las áreas de cada rectángulo, se obtiene la expresión 10a más 6ab, que es igual a la expresión que ya se había obtenido como el área de la pintura del campo de tulipanes.

Exactamente, hay la posibilidad de representar áreas o perímetros con expresiones equivalentes.

Pero, ¿cómo podrías comprender de una mejor manera qué son las expresiones equivalentes?

Expresiones equivalentes

Dos expresiones algebraicas son equivalentes si para cualquier valor que se les asigne a sus literales se obtiene el mismo resultado.

Por ejemplo, en estas dos expresiones:

$$\mathbf{2(a + b) + 3(a + 5) = 2b + 5(a + 3)}$$

Al asignarle a la literal "a" el valor de 1 y a "b" el de 3, se obtendrá una identidad.

$$2(1 + 3) + 3(1 + 5) = 2(3) + 5(1 + 3)$$
$$2(4) + 3(6) = 6 + 5\,(4)$$
$$8 + 18 = 6 + 20$$
$$26 = 26$$

Bien, si recuerdas se realizaron dos procedimientos para determinar el área de la pintura del campo de tulipanes: en el primero se multiplicó la base por su altura, y se pudo constatar que, al sumar el área de los tres rectángulos, como un segundo procedimiento, las expresiones algebraicas obtenidas en los dos procedimientos son equivalentes.

Expresiones equivalentes: dos expresiones algebraicas son equivalentes si para cualquier valor que se les asigne a sus literales se obtiene el mismo resultado.

Por ejemplo, en estas dos expresiones:
2 por "*a*" más "*b*", más 3 por "*a*", más 5 es igual a 2b, más cinco por "*a*", más 3

Al asignarle a la literal "*a*" el valor de 1, y a "*b*" el de 3, se obtendrá una identidad.

2 por 1 más 3, más 3 por 1, más 5 es igual a 2 por 3 más 5 por uno, más tres.

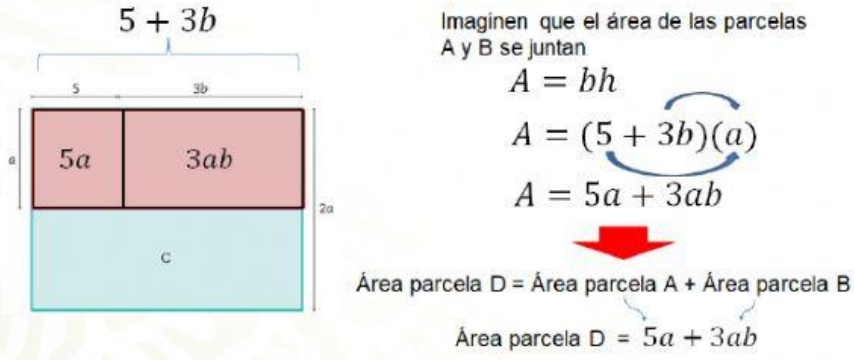
LIVEWORKSHEETS

2 por 4, más 3 por 6 es igual a 6 más 5 por 4
8 más 18 es igual a 6 más 20
Veintiséis es igual a veintiséis.

Entonces, dos expresiones son equivalentes si tienen el mismo valor, independientemente del valor que se les otorgue o asigne a las variables que se incluyen en las expresiones.

Bien, hay que retomar como apoyo la situación de la pintura del campo de tulipanes para estudiar la equivalencia de expresiones.
Haciendo la suposición de que el área de los rectángulos "A" y "B" se juntan. Se nombrará a este nuevo rectángulo como "D". Se definen las dimensiones para el rectángulo "D"

El área es igual a base por altura. La base es igual a 5 más 3b, por altura, que es "*a*". Al obtener el producto, se determina que área es igual a 5a más 3ab. Se comprueba que se obtiene el mismo resultado que la suma de las áreas de los rectángulos "A" y "B" que anteriormente ya se habrían determinado.



Analiza a detalle la equivalencia de estas expresiones, para lo cual se otorgarán los siguientes valores: "*a*" es igual a 2, y "*b*" es igual a 3

Completando la tabla de datos, sustituyendo los valores que se asignaron para "*a*" y "*b*". Así se expresa el área de los rectángulos algebraica y numéricamente.

El rectángulo "A", su área, en expresión algebraica, es 5a, si "*a*" vale 2, entonces será 5 por 2, que es igual a 10. El rectángulo "B", el área, en expresión algebraica, es 3ab, se sustituyen los valores de "a" y "b", entonces el área de la parcela es 3 por 2, por 3, que es igual a 18. Entonces, el rectángulo "A" más el rectángulo "B" es 10 más 18, igual a 28

$$a = 2$$
$$b = 3$$

Parcela	Área	
	Expresión algebraica	Valor
A	$5a$	$5(2) = 10$
B	$3ab$	$3(2)(3) = 18$
A + B	$5a + 3ab$	$10 + 18 = 28$
D	$5a + 3ab$	$5(2) + 3(2)(3)$ $10 + 18 = 28$

El rectángulo "D", su expresión algebraica es 5a más 3ab, sustituyendo valores de "a" y "b", se tendrá 5 por 2, más 3 por 2, por 3, que es igual a 10 más 18, que es igual a 2

La tabla ayuda a visualizar la equivalencia de expresiones algebraicas; se utilizan valores para "a" y "b", y así se verifican esas equivalencias con apoyo de valores numéricos.

Ya que has resuelto y analizado situaciones correspondientes a las propiedades de área y perímetro involucrando expresiones algebraicas, puedes responder a las cuestiones que se plantearon en un inicio. Trata de dar respuesta en casa; tu participación es indispensable para estimular tu aprendizaje.

LIVEWORKSHEETS

Preguntas	Respuestas
¿Cómo calcularías la superficie total de esa pintura?	Por ser de forma rectangular, se multiplica la medida de la base por la medida de su altura.
¿Habrá más de una manera para calcular su área total?	Sí, ya que también puedes sumar el área de cada uno de los tres rectángulos.
¿Existen otras formas para calcular el área de cada parte de la pintura?	Sí, determinando la longitud de su base y su altura.
¿Cómo saber cuáles son equivalentes?	Con ayuda de valores numéricos, como se hizo en la tabla.
¿Las expresiones equivalentes darán el mismo resultado?	Sí, también se pudo constatar sustituyendo valores de "a" y "b" en expresiones algebraicas.

Has determinado expresiones algebraicas que te permiten analizar las propiedades del perímetro y el área de figuras geométricas, así como su equivalencia con otras expresiones algebraicas.

Ahora, estudiarás algunos ejemplos más que te ayuden a comprender mejor este tema. Recuerda, en casa, dar respuesta a las situaciones que aquí se plantean.

Determinemos el perímetro de la siguiente figura.

$P = 2b + 2h \Longleftrightarrow P = 2(b + h)$

$P = 2(q) + 2(8) \Longleftrightarrow P = 2(q + 8)$

$P = 2q + 16 \qquad P = 2q + 16$

Determina el perímetro de la siguiente figura: Un rectángulo de base "q" y altura 8

Como puedes ver, el perímetro es una propiedad de una figura geométrica que puede ser determinada por diferentes procedimientos; al operar con expresiones algebraicas que representan medidas de esa figura geométrica, se obtienen expresiones que se llaman equivalentes.

Tú en casa, ¿ya sabes identificar expresiones equivalentes?

Bien, hay que practicar.

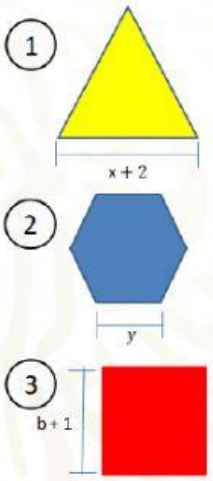
LIVEWORKSHEETS

Expresión 1	Expresión 2	¿Son expresiones equivalentes?	¿Por qué?
$(x+5)+(x+3)+(x+4)$	$3x+12$	SI NO	$(x+5)+(x+3)+(x+4)$ $3x+12$
$3a(x-6+b)$	$3ax-9a+3b$	SI NO	$3a(x-6+b)=$ $3ax-18a+3ab$ $3ax-18a+3ab \neq 3ax-9a+3b$
$ah+ah+2a$	$2a(h+1)$	SI NO	$2a(h+1)$ $2ah+2a$ $2ah+2a=ah+ah+2a$

Has analizado expresiones algebraicas y así pudiste visualizar con eficacia sus términos, y, por lo tanto, pudiste determinar si eran equivalentes o no. Esta habilidad, definitivamente, se logra a través de la práctica y el estudio, por ello se te pide que revises unos ejemplos más para que puedas seguir practicando.

Ahora, relaciona las columnas para que corresponda la figura con la expresión que representa su perímetro. Puede haber más de una expresión que lo represente.

Relaciona las columnas para que corresponda la figura con la expresión que representa su perímetro; recuerda que puede haber más de una expresión que lo represente.



$3(x+2)$

$4(b+1)$

$6y$

Elabora una figura geométrica que se represente con la expresión "x" más 3, por "y", más 8, y obtén dos expresiones equivalentes para su área y su perímetro.

LIVEWORKSHEETS

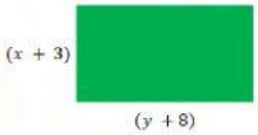
Se tienen dos dimensiones de lados, “x” más 3 y “*y*” más 8. Puedes asignar esas medidas a un rectángulo cuya base sea “*y*” más 8, y la altura “x” más 3

El área del rectángulo es base por altura, así, el área es “y” más 8, por “x”, más 3; aquí se tiene la primera expresión algebraica. Al resolver esa multiplicación el producto será xy, más 3y, más xy, más 24, y esta expresión será equivalente a “*y*” más 8, por “x”, más 3. Al reducir términos semejantes, en este caso, xy más xy, se obtiene 2xy, más 3y, más 24. Así que se determinaron tres expresiones algebraicas.

El perímetro de un rectángulo se calculó con la suma de dos veces la base más dos veces la altura. Entonces, dos veces “*y*” más 8, más dos veces “x”, más 3 será la primera expresión que represente el perímetro de este rectángulo.

Al resolver la multiplicación, se obtiene 2y más 16, más 2x, más 6. Este producto será una expresión equivalente a dos veces “*y*” más 8, más dos veces “x”, más 3. Y al reducir los términos semejantes se tendrá 2y más 2x, más 22

Elabora un dibujo geométrico para la expresión $(x + 3)(y + 8)$, y obtén dos expresiones equivalentes para su área y su perímetro.



$A = bh$

$A = (y + 8)(x + 3)$

$A = xy + 3y + xy + 24$

$A = 2xy + 3y + 24$

$P = 2b + 2h$

$P = 2(y + 8) + 2(x + 3)$

$P = 2y + 16 + 2x + 6$

$P = 2y + 2x + 22$

SON EQUIVALENTES

SI

NO

LIVEWORKSHEETS