

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

METODE SUBSTITUSI DAN RUMUS DASAR

Satuan Pendidikan : SMA

Mata Pelajaran : Matematika Peminatan

Kelas/Semester : XII/Ganjil

Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri

Kelompok :

Nama Anggota Kelompok:

Kelas :

Capaian Pembelajaran

Di akhir fase F, peserta didik dapat menerapkan konsep dasar kalkulus, yaitu limit, turunan dan integral dalam penyelesaian masalah.

Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan belajar mengajar melalui pendekatan culturally responsive teaching, model problem based learning dengan metode diskusi dan tanya jawab selesai, peserta didik diharapkan dapat:

- Menentukan nilai limit fungsi trigonometri menggunakan metode sustitusi langsung dan rumus dasar limit fungsi trigonometri dengan baik
- Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri dengan baik

Sifat-Sifat Limit Fungsi

- $\lim_{x \rightarrow c} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow c} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow c} f(x))^n$
- $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. Sudut Berelasi

$$\begin{array}{ll} \cos(90 - x) = \sin x & \cos(180 - x) = -\cos x \\ \sin(90 - x) = \cos x & \sin(180 - x) = \sin x \\ \tan(90 - x) = \cot x & \cot(180 - x) = -\tan x \end{array}$$

2. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

3. Rumus Sudut Rangkap/Ganda

- $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
- $= 1 - 2 \sin^2 A$

4. Rumus Jumlah/Selisih Cosinus

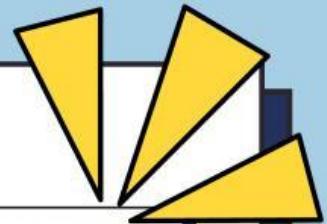
$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2}$$

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

KEGIATAN 1



Menyelesaikan masalah limit fungsi trigonometri kontekstual berbasis kebudayaan menggunakan metode substitusi langsung

Limit dapat diterapkan pada beberapa bidang kehidupan seperti menghitung angka pertumbuhan penduduk, kecepatan, serta percepatan suatu benda. Berikut akan disajikan contoh penerapan limit fungsi trigonometri pada masalah kecepatan panah yang digunakan suku Mentawai untuk berburu.

TRADISI UNIK BERBURU DAN MEMANAH ALA SUKU MENTAWAI

Sumber: <https://news.republika.co.id/berita/otoup/383/tradisi-unik-berburu-dan-memanah-ala-suku-mentawai>

Aktivitas berburu hewan di hutan dengan cara memanah ternyata memiliki makna mendalam bagi masyarakat Suku Mentawai di Kepulauan Mentawai, Sumatra Barat. Tujuan utama berburu memang untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari, terutama makanan. Namun, ada pula tradisi berburu dan memanah yang dilakukan untuk menjadi ajang pembuktian kecintaan terhadap suku atau sebagai prasyarat dalam adat. Panah bukan sekadar menjadi alat untuk berburu namun juga untuk membela diri. Panah dan busur sendiri ternyata menggunakan bahan yang berbeda bergantung pada tujuan perburuan yang dilakukan.



Untuk hewan buruan yang biasanya berada di atas pohon misalnya, pemanaah akan menggunakan anak panah yang runcing dan racung kental yang dikeringkan di ujung anak panah agar darat tidak keluar dan hewan buruan akan mati. Sementara itu, penggunaan anak panah yang menggunakan pelat besi panjang untuk berburu hewan darat seperti rusa (tunung). Penggunaan anak panah dengan pelat besi yang memanjang sengaja dilakukan untuk membuat luka sayatan lebih lebar pada tubuh hewan buruan. Tujuannya, agar tetesan darah hewan buruan bisa memberikan petunjuk bagi pemburu untuk mengikuti jejaknya.

Seorang pemburu dari suku mentawai hendak memburu seekor rusa menggunakan anak panah yang terbuat dari pelat besi panjang dan burung menggunakan panah runcing. Jika diketahui kecepatan panah runcing tetap dengan rumus $v(t) = \tan 3t + 5$, dan kecepatan panah yang terbuat dari pelat besi juga tetap dengan rumus $v(t) = \frac{1-\cos 2t}{2+\cos 2t}$, dengan v dalam m/s dan t dalam s. Maka, dari kedua panah tersebut, panah mana yang memiliki kecepatan lebih cepat pada saat t mendekati $\frac{3\pi}{4}$ detik?



KEGIATAN 1

Penyelesaian:

Pertama, kita perlu mencari tahu kecepatan dari masing-masing panah dengan cara mencari limit dari masing-masing fungsi kecepatan pada saat t mendekati $\frac{3\pi}{4}$ detik.

- Kecepatan panah runcing:

$$\lim_{t \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \tan 3t + 5 = \tan 3\left(\frac{\dots\pi}{\dots}\right) + 5$$

$$= \tan\left(\frac{9}{4}\dots\right) + 5 = \tan\left(\frac{\dots}{4}\right) + \dots$$

$$= \tan \dots^\circ + 5 = \dots + 5 = \dots \text{ m/s}$$

- Kecepatan panah yang terbuat dari pelat besi:

$$\lim_{t \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2t}{2 + \cos 2t} = \frac{1 - \cos 2\left(\frac{\dots\pi}{\dots}\right)}{2 + \cos 2\left(\frac{\dots\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{1 - \cos\left(\frac{\dots\pi}{2}\right)}{\dots + \cos\left(\frac{\dots\pi}{2}\right)} = \frac{1 - \cos \dots^\circ}{2 + \cos \dots^\circ}$$

$$= \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots} = \frac{\dots}{2} = \dots \text{ m/s}$$

Selanjutnya, berdasarkan hasil tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa panah runcing memiliki kecepatan ... m/s dan panah yang terbuat dari pelat besi memiliki kecepatan ... m/s. Sehingga dapat disimpulkan bahwa panah yang runcing memiliki kecepatan yang lebih..... daripada panah yang terbuat dari pelat besi.

KEGIATAN 2

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu menggunakan rumus dasar limit fungsi trigonometri

1. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 6x} = \dots$

Jawab:

Substitusi langsung $x = 0$ menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$.

Berdasarkan rumus limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\sin nx} = \frac{m}{n}$, sehingga untuk $m = \dots$ dan $n = \dots$, diperoleh:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 6x} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

2. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \tan 3x - \sin 5x}{\tan 9x - \tan 3x - \sin x}$ adalah \dots

Jawab:

Substitusi langsung $x = 0$ menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$.

Munculkan bentuk yang sesuai dengan rumus limit fungsi trigonometri yang ada dengan cara membagi setiap suku pada pembilang dan penyebut dengan x .

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \tan 3x - \sin 5x}{\tan 9x - \tan 3x - \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 7x}{x} + \frac{\tan 3x}{x} - \frac{\sin 5x}{x}}{\frac{\tan 9x}{x} - \frac{\tan 3x}{x} - \frac{\sin x}{x}} \\ &= \frac{\dots + \dots - \dots}{\dots - \dots - \dots} \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$