

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

PERTEMUAN 3

Satuan Pendidikan : SMA
 Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
 Kelas/Semester : XII/Ganjil
 Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri

Kelompok :
 Nama Anggota Kelompok:
 Kelas :

Kompetensi Dasar

- 3.1 Menentukan dan menjelaskan limit fungsi trigonometri
 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Menentukan nilai limit fungsi trigonometri di menggunakan cara menyederhanakan fungsi trigonometri
 4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan belajar mengajar melalui pendekatan problem based learning dengan metode cooperative learning, diskusi, dan tanya jawab selesai, peserta didik diharapkan dapat:

- Menentukan nilai limit fungsi trigonometri di suatu titik menggunakan metode menyederhanakan fungsi trigonometri
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri menggunakan metode menyederhanakan fungsi trigonometrinya.

Identitas Trigonometri

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
- $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
- $\sec x = \frac{1}{\cos x}$
- $\csc x = \frac{1}{\sin x}$
- $\sec^2 x = \tan^2 x + 1$
- $\csc^2 x = \cot^2 x + 1$

Rumus Trigonometri

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
- $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
- $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
- $\sin^2 \alpha = -\frac{1}{2} \cos 2\alpha$
- $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$
- $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
- $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$
- $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$
- $2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$
- $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$
- $-2 \sin \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. Sudut Berelasi

$$\begin{array}{ll} \cos(90^\circ - x) = \sin x & \cos(180^\circ - x) = -\cos x \\ \sin(90^\circ - x) = \cos x & \sin(180^\circ - x) = \sin x \\ \tan(90^\circ - x) = \cot x & \cot(180^\circ - x) = -\tan x \end{array}$$

2. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

3. Rumus Sudut Rangkap/Ganda

- $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
 $= 1 - 2 \sin^2 A$

4. Rumus Jumlah/Selisih Cosinus

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2}$$

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

KEGIATAN 1

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu (menyederhanakan fungsi trigonometri)

Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$

jawab:

Gunakan rumus-rumus trigonometri untuk mengubah bentuk **$\cos A - \cos B$** dan bentuk **$1 - \cos 2A$** , maka penyelesaian $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$ menjadi:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(\frac{\dots + \dots}{2}\right) \sin\left(\frac{\dots - \dots}{2}\right)}{2 \sin^2 \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(\frac{\dots}{\dots}\right) \sin\left(\frac{\dots}{\dots}\right)}{2 \sin^2 \dots} \\ &= - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \\ &= - \dots, \frac{\dots}{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

KEGIATAN 2

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu (menyederhanakan fungsi trigonometri)

Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan 2x}$ adalah...

Jawab:

Substitusi langsung $x = 0$ menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$.

Ide utamanya adalah mengubah bentuk $\cos 2x$.

Untuk itu, diperoleh:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\dots - \dots \sin^2 \dots)}{x \tan \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots \sin^2 \dots}{\dots \tan \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\dots \cdot \frac{\sin x}{\dots} \cdot \frac{\sin x}{\tan \dots} \right) \\ &= \dots \times \dots \times \frac{\dots}{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$