

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Satuan Pendidikan : SMA
 Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
 Kelas/Semester : XII/Ganjil
 Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri

Kelompok :
 Nama Anggota Kelompok:
 Kelas :

Kompetensi Dasar

- 3.1 Menentukan dan menjelaskan limit fungsi trigonometri
 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Menjelaskan limit fungsi trigonometri
 3.1.2 Menunjukkan rumus limit fungsi trigonometri
 4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan belajar mengajar melalui pendekatan culturally responsive teaching dan problem based learning dengan metode diskusi dan tanya jawab selesai, peserta didik diharapkan dapat:

- Mendeskripsikan konsep dan arti limit fungsi trigonometri di suatu titik
- Menentukan nilai limit fungsi trigonometri di suatu titik menggunakan metode substitusi langsung
- Menyelesaikan masalah kontekstual berbasis kebudayaan yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri menggunakan metode substitusi langsung

Sifat-Sifat Limit Fungsi

- $\lim_{x \rightarrow c} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow c} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)^n$
- $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. Sudut Berelasi

| | |
|-------------------------|---------------------------|
| $\cos(90 - x) = \sin x$ | $\cos(180 - x) = -\cos x$ |
| $\sin(90 - x) = \cos x$ | $\sin(180 - x) = \sin x$ |
| $\tan(90 - x) = \cot x$ | $\cot(180 - x) = -\tan x$ |

2. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

3. Rumus Sudut Rangkap/Ganda

- $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\quad \quad \quad = 1 - 2 \sin^2 A$

4. Rumus Jumlah/Selisih Cosinus

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2}$$

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

KEGIATAN 1

Menentukan nilai limit bentuk tentu (substitusi langsung)

Penerapan metode substitusi langsung dalam menentukan atau menyelesaikan limit fungsi trigonometri sangat mudah, yakni dengan langsung mengganti x dengan angka yang tertera di soal.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

Jodohkan nilai limit fungsi trigonometri yang bersesuaian

- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin 4x = \dots$
 - -1
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 3x + \cos x}{\tan x} = \dots$
 - 1
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \tan 2x}{\sin \left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \dots$
 - 0
- $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} (\tan x + 3) = \dots$
 - $\sqrt{2}$
 - 2
 - -2
 - $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

KEGIATAN 2

Mengelesaikan masalah limit fungsi trigonometri kontekstual berbasis kebudayaan menggunakan metode substitusi langsung

Limit dapat diterapkan pada beberapa bidang kehidupan seperti menghitung angka pertumbuhan penduduk, kecepatan, serta percepatan suatu benda. Berikut akan disajikan contoh penerapan limit fungsi trigonometri pada masalah kecepatan panah yang digunakan suku Mentawai untuk berburu.

TRADISI UNIK BERBURU DAN MEMANAH ALA SUKU MENTAWAI

Sumber: <https://news.republika.co.id/berita/otoupu383/tradisi-unik-berburu-dan-memanah-ala-suku-mentawai>

Aktivitas berburu hewan di hutan dengan cara memanah ternyata memiliki makna mendalam bagi masyarakat Suku Mentawai di Kepulauan Mentawai, Sumatra Barat. Tujuan utama berburu memang untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari, terutama makanan. Namun, ada pula tradisi berburu dan memanah yang dilakukan untuk menjadi ajang pembuktian kecintaan terhadap suku atau sebagai prasyarat dalam adat. Panah bukan sekadar menjadi alat untuk berburu namun juga untuk membela diri. Panah dan busur sendiri ternyata menggunakan bahan yang berbeda bergantung pada tujuan perburuan yang dilakukan.



Untuk hewan buruan yang biasanya berada di atas pohon misalnya, pemanah akan menggunakan anak panah yang runcing dan racung kental yang dikeringkan di ujung anak panah agar darat tidak keluar dan hewan buruan akan mati. Sementara itu, penggunaan anak panah yang menggunakan pelat besi panjang untuk berburu hewan darat seperti rusa (tunung). Penggunaan anak panah dengan pelat besi yang memanjang sengaja dilakukan untuk membuat luka sayatan lebih lebar pada tubuh hewan buruan. Tujuannya, agar tetesan darah hewan buruan bisa memberikan petunjuk bagi pemburu untuk mengikuti jejaknya.

Seorang pemburu dari suku mentawai hendak memburu seekor rusa menggunakan anak panah yang terbuat dari pelat besi panjang dan burung menggunakan panah runcing. Jika diketahui kecepatan panah runcing tetap dengan rumus $v(t) = \tan 3t + 5$, dan kecepatan panah yang terbuat dari pelat besi juga tetap dengan rumus $v(t) = \frac{1 - \cos 2t}{2 + \cos 2t}$, dengan v dalam m/s dan t dalam s. Maka, dari kedua panah tersebut, panah mana yang memiliki kecepatan lebih cepat pada saat t mendekati $\frac{2\pi}{4}$ detik?

KEGIATAN 2

Penyelesaian:

Pertama, kita perlu mencari tahu kecepatan dari masing-masing panah dengan cara mencari limit dari masing-masing fungsi kecepatan pada saat t mendekati $\frac{3\pi}{4}$ detik.

- Kecepatan panah runcing:

$$\lim_{t \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \tan 3t + 5 = \tan 3 \left(\frac{\dots \pi}{\dots} \right) + 5$$

$$= \tan \left(\frac{9 \dots}{4} \right) + 5 = \tan \left(\frac{\dots}{4} \right) + \dots$$

$$= \tan \dots^\circ + 5 = \dots + 5 = \dots \text{ m/s}$$

- Kecepatan panah yang terbuat dari pelat besi:

$$\lim_{t \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2t}{2 + \cos 2t} = \frac{1 - \cos 2 \left(\frac{\dots \pi}{\dots} \right)}{2 + \cos 2 \left(\frac{\dots \pi}{4} \right)}$$

$$= \frac{1 - \cos \left(\frac{\dots \pi}{2} \right)}{\dots + \cos \left(\frac{\dots \pi}{2} \right)} = \frac{1 - \cos \dots^\circ}{2 + \cos \dots^\circ}$$

$$= \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots} = \frac{\dots}{2} = \dots \text{ m/s}$$

Selanjutnya, berdasarkan hasil tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa panah runcing memiliki kecepatan $\dots \text{ m/s}$ dan panah yang terbuat dari pelat besi memiliki kecepatan $\dots \text{ m/s}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa panah yang runcing memiliki kecepatan yang lebih..... daripada panah yang terbuat dari pelat besi.