

MATRIKS

$$\text{Diketahui } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\text{Determinan } A = \det(A) = ad - bc$$

$$\text{Invers matriks } A \text{ disimbolkan dengan } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{Transpose matriks } A = A^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

Jika diketahui $AB = C$ maka

$$A = C \cdot B^{-1}$$

$$B = A^{-1} \cdot C$$

Contoh

1. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Invers matriks A adalah ...

Determinan matriks A adalah ...

Pembahasan:

$$\text{Det}(A) = |A| = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 4 - 6 = -2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1 \cdot 4 - 2 \cdot 3} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

2. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} = \dots$

Pembahasan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -6 & -4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (2 \cdot 3) + (4 \cdot -6) & (2 \cdot 5) + (4 \cdot -4) \\ (-1 \cdot 3) + (0 \cdot -6) & (-1 \cdot 5) + (0 \cdot -4) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6 + (-24) & 10 + (-16) \\ (-3) + 0 & (-5) + (0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -18 & -6 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3. Diketahui $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Nilai $P^2 = \dots$

Pembahasan

$$P^2 = P \cdot P$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} (1 \cdot 1) + (0 \cdot 2) & (1 \cdot 0) + (0 \cdot 3) \\ (2 \cdot 1) + (3 \cdot 2) & (2 \cdot 0) + (3 \cdot 3) \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

LATIHAN

1. $\begin{bmatrix} a & 2 \\ -4 & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3b \\ -1 & 2a \end{bmatrix}$

$$a = \dots$$

$$b = \dots$$

$$c = \dots$$

$$a - 4b + 2c = \dots$$

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Jika $M = A(B + C)$, maka

$$M = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$.

$$\text{Matriks } AB \text{ adalah } \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Determinan AB adalah

4. Diketahui $P = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -9 & 5 \end{bmatrix}$, dan $Q = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

$$P^T = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$P^T Q = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } P^T Q = \dots$$

5. Diketahui matriks $K = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} -9 & 5 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$.

$$\text{Matriks } KL \text{ adalah } \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\text{Matriks } (KL)^{-1} \text{ adalah } \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

6. Diketahui $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ -16 & 6 \end{bmatrix}$.

$$A^{-1} = -\frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Q adalah matriks berordo 2×2 yang memenuhi $QA = B$. Oleh sebab itu, $Q = B \cdot A^{-1}$. Nilai

$$\text{matriks } Q \text{ adalah } \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

7. Diketahui $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$.

$$\text{Invers matriks } \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ adalah } \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\text{Jika } X \text{ adalah matriks berordo } 2 \times 2, \text{ nilai matriks } X \text{ adalah } \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$