

E-LKPD

TRANSFORMASI GEOMETRI

Pelajaran: _____

Waktu : _____

Kelas: _____

Tanggal: _____

Nama kelompok: _____

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

Kelas

XI

SMA

KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR PENCAPAIAN

3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi

INDIKATOR PENCAPAIAN

3.5.1 Dapat menganalisis dan menentukan hasil transformasi (translasi, refleksi, dilatasi)

4.5.1 Dapat menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Peserta didik mampu untuk Menentukan komposisi transformasi pada titik
2. Peserta didik mampu untuk Menentukan komposisi transformasi pada kurva
3. Peserta didik mampu untuk Menentukan hasil refleksi, dilatasi, rotasi, translasi sesuai titik, kurva maupun garisnya

PETUNJUK LKPD

1. Berdoalah sebelum mengerjakan.
2. Tulis Nama Kelompok dan Nama Anggota Kelompok.
3. Pahami Masalah dan kerjakan sesuai langkah-langkah.
4. Tanyakan hal-hal yang kurang jelas kepada guru. Kerjakanlah setiap soal dengan cara berdiskusi bersama kelompokmu.

RINGKASAN MATERI

A. DILATASI

1. Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.

2. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \rightarrow A'(x', y') \quad T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

3. Bentuk persamaan matriks translasi: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

4. T (disebut komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal).

5. Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditransformasi.

1. Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan titik bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.

2. Sifat-sifat Refleksi :

- Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
- Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap
- Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar

3. Jenis-jenis refleksi

efleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

C. ROTASI

1. Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh a terhadap suatu titik tertentu.

2. Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh

- Titik pusat rotasi
- Besar sudut rotasi
- Arah sudut rotasi
 - Jika arah rotasi diputar searah jarum jam maka besar sudut rotasi negatif ($-a$)
 - Jika arah rotasi diputar berlawanan jarum jam maka besar sudut rotasi positif (a)

3. Rotasi dinotasikan dengan $R(P, a)$ dimana P merupakan pusat rotasi dan a besar sudut rotasi.

4. Jenis-jenis rotasi berdasarkan titik pusat

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

D. DILATASI

1. Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi
2. Dilatasi dinotasikan dengan $D(P, k)$ dimana P merupakan pusat dilatasi dan k merupakan faktor skala
3. Jenis-jenis dilatasi berdasarkan titik pusat

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

E. KOMPOSISI TRANSFORMASI

1. Komposisi transformasi bisa berupa komposisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, komposisi dilatasi, komposisi matriks tertentu atau komposisi dari translasi, refleksi, rotasi, dilatasi dan matriks tertentu.
2. Komposisi transformasi $T_2 \circ T_1$, artinya transformasi terhadap T_1 dilanjutkan T_2 . Bentuk $T_2 \circ T_1$ bersesuaian dengan perkalian matriks

$$T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

3. Komposisi transformasi $T_1 \circ T_2$ artinya transformasi terhadap T_2 dilanjutkan T_1 . Bentuk $T_1 \circ T_2$ bersesuaian dengan perkalian matriks

$$T_1 \circ T_2 = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

4. Luas bangun $B' = |\det A| \times \text{Luas bangun } B$, dengan $\det A = ad - bc$

PILIHAN GANDA

1. Diketahui translasi T memetakan titik $C(-4, 2)$ ke titik $C'(-1, 6)$. Translasi T akan memetakan titik $D(3, -2)$ ke titik.
a. $D'(0, 4)$ b. $D'(0, 2)$ c. $D'(0, -6)$
d. $D'(6, -6)$ e. $D'(6, 2)$
2. Segitiga PQR mempunyai koordinat $P(-3, 4)$, $Q(-1, 0)$, dan $R(0, 2)$. Segitiga PQR ditranslasikan oleh T menghasilkan bayangan segitiga $P'Q'R'$. Jika koordinat titik P' $(1, -2)$, koordinat titik Q' dan R' berturut-turut adalah
a. $(3, -6)$ dan $(4, -4)$ b. $(3, -6)$ dan $(-4, 4)$ c. $(-3, 6)$ dan $(4, -4)$
d. $(-3, 6)$ dan $(-4, 4)$ e. $(-3, -6)$ dan $(4, -4)$
3. Titik $A(3, -5)$ dicerminkan terhadap titik asal $(0, 0)$. Koordinat bayangan titik A
a. $(-3, 5)$ b. $(-3, -5)$ c. $(3, -5)$
d. $(-5, 3)$ e. $(-5, -3)$
4. Titik $P(5, -4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$. Koordinat bayangan titik P adalah
a. $(-4, 5)$ b. $(-4, -5)$ c. $(4, -5)$
d. $(-5, 4)$ e. $(-5, -4)$
5. Titik $A(-2, 3)$ dirotasikan sebesar 90° terhadap titik pusat $(0, 0)$. Hasil rotasi titik A adalah
a. $(-3, 2)$ b. $(-3, -2)$ c. $(3, -2)$
d. $(-2, 3)$ e. $(-2, -3)$

6. Titik D(6 3) dirotasikan sebesar 270° terhadap titik pusat (2, 4). Hasil rotasi titik D adalah

- a. (-1,0) b. (0,-1) c. (1,0)
d. (0,1) e. (1,1)

7. Titik A(-2, -5) didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat (0, 0). Hasil dilatasi titik A adalah

- a. (-4,10) b. (-4,-10) c. 4,10
d. (-10,4) e. (-10,-4)

8. Titik B didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat (0, 0) menghasilkan titik B' (-4, 6). Koordinat titik B adalah

- a. (-2,3) b. (-2,-3) c. (2,3)
d. (2,-3) e. (3,-2)

9. Jika titik (3, 4) dirotasikan berlawanan arah jarum jam sejauh 45° dengan pusat titik asal kemudian hasilnya dicerminkan terhadap garis $y = y$ maka koordinat bayangannya adalah

- a. $\frac{7\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$, b. $\frac{2\sqrt{7}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$, c. $\frac{2\sqrt{7}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$,
d. $-\frac{2\sqrt{7}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$, e. $-\frac{2\sqrt{7}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$,

10. Bayangan garis $3x + y = 4$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dilanjutkan oleh rotasi dengan pusat O(0,0) sejauh 270° adalah

- a. $3x + 4y + 10 = 0$ b. $3x + 10y + 4 = 0$ c. $4x + 3y + 10 = 0$
d. $10x + 4y + 10 = 0$ e. $3x + 4y + 3 = 0$

1. Garis L: $2x - 3y + 12 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$: Persamaan hasil translasi garis l adalah



2. Titik S(4, 7) dicerminkan terhadap garis $y = 2$. Koordinat bayangan titik S adalah



3. Titik B dirotasikan sebesar 90° terhadap titik pusat (2, 1) menghasilkan bayangan $B'(-2, 4)$. Koordinat titik B adalah



4. Titik A(2, -3) dilatasi dengan faktor skala 3 terhadap titik pusat (1, -2). Hasil dilatasi titik A adalah ...



5. Persamaan bayangan garis $y = x + 1$ ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu X adalah..



6. Suatu transformasi T terdiri dari pencerminan terhadap garis $y = x$ dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu y. Jika (3, -4) dikenakan transformasi T sebanyak 25 kali, maka berapakah hasil transformasinya?



7. Diketahui segitiga ABC dengan A(1, 0), B (6, 0) dan C (6,3). Luas bayangan segitiga ABC oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ adalah



8. Dikeatahui segi empat ABCD dengan A(-1, 4), B (-4, 3), C (5, 0) dan D (1, -1). Bayangan segi empat tersebut setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$, kemudiandiputar 90° dengan pusat $O(0, 0)$ adalah

9. Diketahui transformasi $T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dan $T_2 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Tentukan matriks yang bersesuaian dengan komposisi transformasi $T_1 \circ T_2$!

