

Calcula, si existen, las asintotas horizontales, verticales y oblicuas de:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{4 - x^2}$$

1º Asintotas verticales

El denominador se anula cuando $x_1 =$ y $x_2 =$

Tenemos que calcular los límites laterales en estos dos puntos.

- x_1 : Cuando $x \rightarrow$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Lado izquierdo} & \lim_{x \rightarrow -} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \\ \text{Lado derecho} & \lim_{x \rightarrow +} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \end{array} \right.$$

- x_2 : Cuando $x \rightarrow$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Lado izquierdo} & \lim_{x \rightarrow -} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \\ \text{Lado derecho} & \lim_{x \rightarrow +} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \end{array} \right.$$

2º Asintotas horizontales

Tenemos que calcular los límites cuando $x \rightarrow \pm \infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} =$$

Por lo tanto,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} =$$

Por lo tanto,

3º Asintotas oblicuas

Supongamos que existe una asintota oblicua $y=mx+n$.

a) Calculamos su pendiente:

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^3 - 1}{4 - x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4x - x^2} =$$

Comprobamos que es $m \neq 0$

b) Calculamos n:

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} - ()x =$$
$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} + x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - x^2}{4 - x^2} =$$

Por tanto, la recta $y= \quad x + \quad$ es una asintota oblicua.

La gráfica puede ser:

