

2. Rumus Turunan Fungsi

Petunjuk Pembelajaran

- Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.
- Lengkapi kotak yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau operasi keduanya.
Contoh:
- Setelah selesai klik **Finish** kemudian **Email my answer to my teacher**.

Seperti yang kita telah pelajari sebelumnya, kita tahu bahwa **turunan fungsi $f(x)$** dinyatakan dengan $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Turunan fungsi di atas disebut turunan pertama dari fungsi $f(x)$. Sedangkan untuk turunan kedua dari $f(x)$ biasa ditulis $f''(x)$ adalah turunan dari $f'(x)$ dan seterusnya.

- (i) Jika $f(x) = c$ dengan c adalah konstanta real, maka:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c - c}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$

Jadi, jika $f(x) = c$ maka $f'(x) = 0$

- (ii) Jika $f(x) = ax$ dengan a adalah konstanta real, maka:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h) - ax}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ax + ah - ax}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ah}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} a = a \end{aligned}$$

Jadi, jika $f(x) = ax$ maka $f'(x) = a$

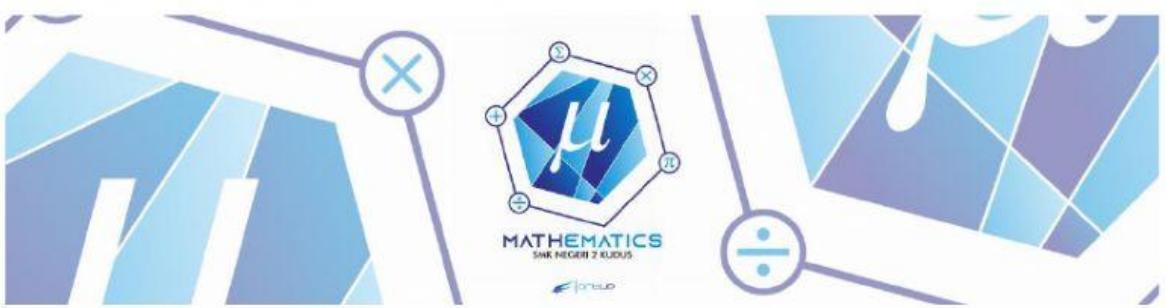
- (iii) Jika $f(x) = c \cdot g(x)$, maka:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c \cdot g(x+h) - c \cdot g(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c \cdot (g(x+h) - g(x))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} c \cdot \left(\frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right) = c \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right) \\ &= c \cdot g'(x) \end{aligned}$$

Jadi, jika $f(x) = c \cdot g(x)$, maka $f'(x) = c \cdot g'(x)$

- (iv) Dengan cara yang sama dapat dibuktikan bahwa jika $f(x) = x^n$, maka

$$f'(x) = n x^{n-1}$$



(v) Aturan Rantai:

Jika $f(x) = [u(x)]^n$ dengan $u(x)$ adalah fungsi dari x yang mempunyai turunan $u'(x)$ dan n adalah bilangan real, maka:

$$f'(x) = n \cdot [u(x)]^{n-1} \cdot u'(x)$$

(vi) Jika $f(x) = u(x) + v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Jika $f(x) = u(x) - v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

(vii) Jika $f(x) = u(x) \cdot v(x)$, maka:

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

(viii) Jika $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, maka:

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

Contoh 1:

Carilah turunan fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = 2x^3 + 3$

Alternatif Penyelesaian:

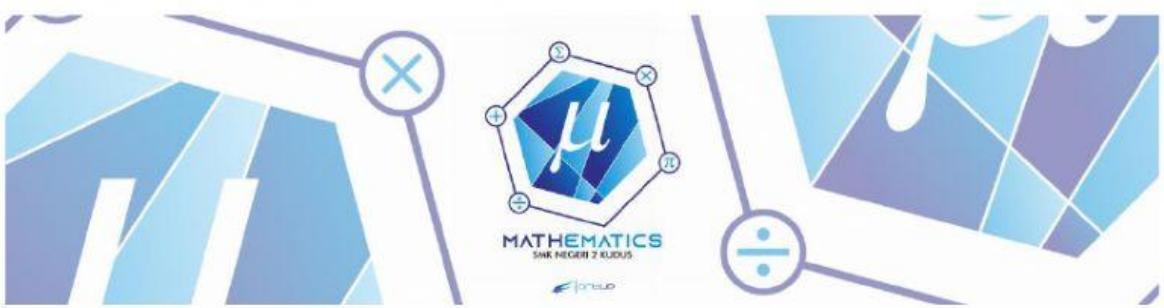
$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^3 + 3 && \text{Rumus (iii), (iv)} \\ f'(x) &= 2 \cdot 3x^{3-1} + 0 = 6x^2 && \text{Rumus (i)} \end{aligned}$$

Contoh 2:

Carilah turunan fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = \frac{3}{x^2}$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3}{x^2} = 3x^{-2} && \text{Rumus (iii), (iv)} \\ f'(x) &= 3 \cdot (-2)x^{-2-1} = -6x^{-3} = -\frac{6}{x^3} \end{aligned}$$



Contoh 3:

Carilah turunan fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = \sqrt{(2x^4 - 5x)}$

Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = \sqrt{(2x^4 - 5x)} = (2x^4 - 5x)^{\frac{1}{2}}$$

Misalkan $u(x) = 2x^4 - 5x$ maka $u'(x) = 2 \cdot \boxed{} x^{\boxed{}-1} - \boxed{} = \boxed{} x^{\boxed{}} - \boxed{}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\boxed{}} (2x^4 - 5x)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (\boxed{} x^{\boxed{}-1} - \boxed{}) \\ &= \frac{1}{\boxed{}} \cdot (2x^4 - 5x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (\boxed{} x^{\boxed{}-1} - \boxed{}) \\ &= \frac{1}{\boxed{}} \cdot \frac{1}{(2x^4 - 5x)^{\frac{1}{2}}} \cdot (\boxed{} x^{\boxed{}-1} - \boxed{}) \\ &= \frac{1}{\boxed{}} \cdot \frac{\boxed{} x^{\boxed{}-1} - \boxed{}}{\sqrt{(2x^4 - 5x)}} = \frac{\boxed{} x^{\boxed{}-1} - \boxed{}}{\boxed{} \sqrt{(2x^4 - 5x)}} \end{aligned}$$

Aturan Rantai

Contoh 4:

Carilah turunan fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = \frac{7x^2+8}{2x+5}$

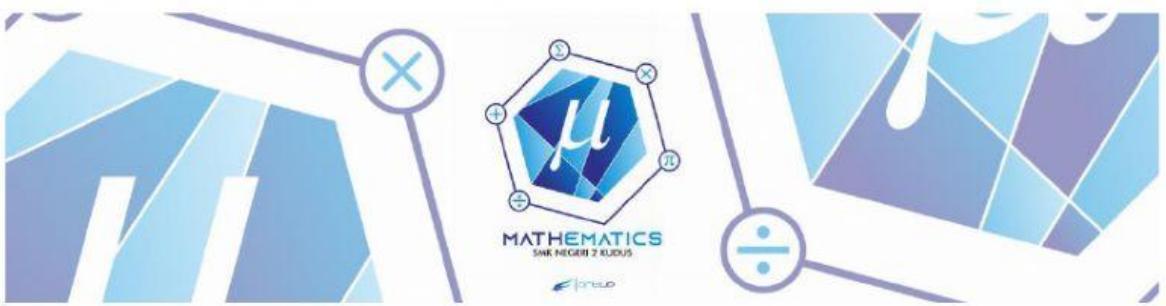
Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = \frac{7x^2 + 8}{2x + 5}$$

Misal: $u(x) = 7x^2 + 8$, maka $u'(x) = \boxed{} x$

$v(x) = 2x + 5$, maka $v'(x) = \boxed{}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2} \\ &= \frac{(\boxed{} x) \cdot (\boxed{} + 5) - (7x^2 + 8) \cdot (\boxed{})}{(2x + \boxed{})^2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}&= \frac{(\boxed{}x^2 + \boxed{}x) - (\boxed{}x^2 + \boxed{})}{(2x + \boxed{})^2} \\&= \frac{\boxed{}x^2 + \boxed{}x - \boxed{}x^2 - \boxed{}}{(2x + \boxed{})^2} \\&= \frac{\boxed{}x^2 + \boxed{}x - \boxed{}}{(2x + \boxed{})^2}\end{aligned}$$