## 2. Rumus Turunan Fungsi

**Petunjuk Pembelajaran**

- **Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.**
- **Lengkapi kotak ☐ yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau operasi keduanya.**
  *Contoh:* $\boxed{9}$ $\boxed{x}$ $\boxed{2x+6}$
- **Setelah selesai klik Finish kemudian Email my answer to my teacher.**

Seperti yang kita telah pelajari sebelumnya, kita tahu bahwa **turunan fungsi $f(x)$** dinyatakan dengan $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Turunan fungsi di atas disebut turunan pertama dari fungsi $f(x)$. Sedangkan untuk turunan kedua dari $f(x)$ biasa ditulis $f''(x)$ adalaha turunan dari $f'(x)$ dan seterusnya.

(i) Jika $f(x) = c$ dengan $c$ adalah konstanta real, maka:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{0}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0$$

Jadi, jika $f(x) = c$ maka $f'(x) = 0$

(ii) Jika $f(x) = ax$ dengan $a$ adalah konstanta real, maka:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{a(x+h)-ax}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{ax+ah-ax}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{ah}{h} = \lim_{h\to 0} a = a$$

Jadi, jika $f(x) = ax$ maka $f'(x) = a$

(iii) Jika $f(x) = c \cdot g(x)$, maka:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{c\cdot g(x+h) - c\cdot g(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c\cdot (g(x+h)-g(x))}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} c \cdot \left(\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right) = c \cdot \lim_{h\to 0} \left(\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right)$$

$$= c \cdot g'(x)$$

Jadi, jika $f(x) = c \cdot g(x)$, maka $f'(x) = c \cdot g'(x)$

(iv) Dengan cara yang sama dapat dibuktikan bahwa jika $f(x) = x^n$, maka

$f'(x) = n\, x^{n-1}$

(v) Aturan Rantai:

Jika $f(x) = [u(x)]^n$ dengan $u(x)$ adalah fungsi dari $x$ yang mempunyai turunan $u'(x)$ dan $n$ adalah bilangan real, maka:

$f'(x) = n \cdot [u(x)]^n \cdot u'(x)$

(vi) Jika $f(x) = u(x) + v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Jika $f(x) = u(x) - v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

(vii) Jika $f(x) = u(x) \cdot v(x)$, maka:

$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

(viii) Jika $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, maka:

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

## Contoh 1:

Carilah turunan fungsi $f$ yang dinyatakan dengan $f(x) = 2x^3 + 3$

## Alternatif Penyelesaian:

$f(x) = 2x^3 + 3$

$f'(x) = 2 \cdot 3x^{3-1} + 0 = 6x^2$

Rumus (iii), (iv)

Rumus (i)

## Contoh 2:

Carilah turunan fungsi $f$ yang dinyatakan dengan $f(x) = \frac{3}{x^2}$

## Alternatif Penyelesaian:

$f(x) = \frac{3}{x^2} = 3x^{\square}$

Rumus (iii), (iv)

$f'(x) = 3 \cdot (\square)x^{\square - 1} = \square x^{\square} = -\frac{\square}{x^3}$

## Contoh 3:

Carilah turunan fungsi $f$ yang dinyatakan dengan $f(x) = \sqrt{(2x^4 - 5x)}$

## Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = \sqrt{(2x^4 - 5x)} = (2x^4 - 5x)^{\frac{1}{2}}$$

Misalkan $u(x) = 2x^4 - 5x$ maka $u'(x) = 2 \cdot \square\, x^{\square - 1} - \square = \square\, x^{\square} - \square$

Aturan Rantai

$$f'(x) = \frac{1}{\square}(2x^4 - 5x)^{\left(\frac{1}{2} - 1\right)} \cdot (\square\, x^{\square} - \square)$$

$$= \frac{1}{\square} \cdot (2x^4 - 5x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (\square\, x^{\square} - \square)$$

$$= \frac{1}{\square} \cdot \frac{1}{(2x^4 - 5x)^{\frac{1}{2}}} \cdot (\square\, x^{\square} - \square)$$

$$= \frac{1}{\square} \cdot \frac{\square\, x^{\square} - \square}{\sqrt{(2x^4 - 5x)}} = \frac{\square\, x^{\square} - \square}{\square\sqrt{(2x^4 - 5x)}}$$

## Contoh 4:

Carilah turunan fungsi $f$ yang dinyatakan dengan $f(x) = \frac{7x^2+8}{2x+5}$

## Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = \frac{7x^2 + 8}{2x + 5}$$

Misal: $u(x) = 7x^2 + 8$, maka $u'(x) = \square\, x$

$v(x) = 2x + 5$, maka $v'(x) = \square$

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

$$= \frac{(\square\, x) \cdot (\square + 5) - (7x^2 + 8) \cdot (\square)}{(2x + \square)^2}$$

$$= \frac{(\square x^2 + \square x) - (\square x^2 + \square)}{(2x + \square)^2}$$

$$= \frac{\square x^2 + \square x - \square x^2 - \square}{(2x + \square)^2}$$

$$= \frac{\square x^2 + \square x - \square}{(2x + \square)^2}$$