1. Pengertian Turunan Fungsi

Petunjuk Pembelajaran

- **Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.**
- **Lengkapi kotak $\square$ yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau keduanya.**
  Contoh: $\boxed{9}$ $\boxed{x}$ $\boxed{2x+6}$
- **Setelah selesai klik Finish kemudian Email my answer to my teacher.**

Jika suatu fungsi dinyatakan dengan $y = f(x)$, maka laju perubahan nilai fungsi tersebut disebut dengan **turunan fungsi** yang dilambangkan $f'(x)$ (dibaca f aksen x) dinyatakan dengan:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Jika $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, untuk $a < x < b$ memiliki nilai maka dikatakan bahwa $f(x)$ mempunyai turunan dalam interval $a < x < b$. Proses mencari $f'(x)$ dari $f(x)$ disebut **penurunan** atau **pendiferensialan**.

Notasi lain untuk turunan fungsi $y = f(x)$ adalah y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$. Notasi $\frac{dy}{dx}$ atau $\frac{df(x)}{dx}$ sering disebut sebagai notasi Leibniz.

Contoh 1:

Carilah turunan fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = 2x + 3$ pada $x = 5$!

Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(5) = 2 \cdot 5 + 3 = \square + 3 = \square$$

$$f(5+h) = 2 \cdot (5+h) + 3 = (\square + 2h) + 3 = \square$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(5) = \lim_{h \to 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\square) - (\square)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\square}{h} = \lim_{h \to 0} \square = 2$$

Contoh 2:

Sebuah mobil bergerak dinyatakan dengan persamaan $s = t^2 + 5t$ (s dalam meter dan t dalam detik). Tentukan kecepatan sesaat ($\bar{v}$) pada t = 2 detik!

Alternatif Penyelesaian:

$$s = t^2 + 5t \rightarrow f(t) = t^2 + 5t$$

$$f(2) = \square^2 + 5 \cdot \square = \square$$

$$f(2 + h) = (2 + h)^2 + 5 \cdot (2 + h)$$

$$= (\square + \square h + \square^2) + (\square)$$

$$= \square + \square h + \square^2$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$f'(5) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2 + h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\square + \square h + \square^2) - (\square)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\square + \square^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\square) \cdot h}{h} = \lim_{h \to 0} \square = \square + \square = 9$$

Jadi, kecepatan sesaat ($\bar{v}$) pada t = 2 detik adalah 9 m/detik

Contoh 3:

Tentukan turunan fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = 3x^2$!

Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = 3x^2$$

$$f(x + h) = 3(x + h)^2 = 3(x^2 + 2hx + h^2) = 3x^2 + 6hx + 3h^2$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\square^2 + \square x + 3h^2) - (\square^2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\square x + \square^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\square) \cdot h}{h} = \lim_{h \to 0} \square$$

$$= \square + 3 \cdot \square = 6x$$