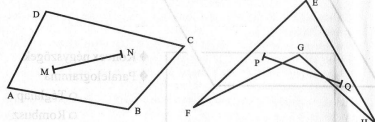


II.1. A konvex négyszög

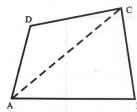
Ha a síkban felvesszünk négy különböző pontot úgy, hogy nincs közöttük három kollinéris, majd ezeket adott sorrendben összekötjük, **négyszöget** kapunk.



A **négyszög konvex**, ha bármely két pontját összekötő szakaszát is tartalmazza. Figyeld meg az ábrákat: – az M és N pontokat összekötő [MN] szakasz teljes egészében az ABCD négyszög belső tartományában van;

– a P és Q belső pontokat összekötő [PQ] szakasznak van olyan része, amely nincs az EFGH négyszögben, hanem rajta kívül van.

Tehát az ABCD konvex, az EFGH pedig konkáv négyszög.



Mi a **konvex négyszögeket** tanulmányozzuk részletesebben. Az ábrán látható ABCD konvex négyszögben:

- az A és C szemben levő **csúcsok** (hasonlóan a B és D), ugyanakkor Á és C szemben levő **szögek**;
- az [AB] és [AD] egymás melletti **oldalak** (hasonlóan [AD] és [BC]).

– a két szemközti csúcsot összekötő szakaszt **átlónak** nevezzük (pl. [AC]). A négyszögnek két átlója van: [AC] és [BD].

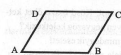
A **négyszög kerülete**: a négyszög oldalhosszainak összege.

$$K_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$$

T. A konvex négyszög szögeinek összege 360° .

12

II.2. Sajátos négyszögek. A paralelogramma

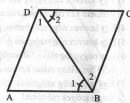


A **paralelogramma** (vagy **egyenlő oldalú négyszög**) az a konvex négyszög, amelynek szemközti oldalai párhuzamosak.

T.1. A paralelogramma két-két szemközti oldala kongruens.

L.F.T. Ha egy konvex négyszög szemben fekvő oldalai páronként kongruensek, akkor a négyszög paralelogramma.

2.F.T. Ha egy konvex négyszög két szemben fekvő oldala párhuzamos és kongruens, akkor a négyszög paralelogramma.



T.2. A paralelogramma két-két szemben fekvő szöge kongruens, és két egymás melletti szöge kiegészítő szöge egymásnak.

F.T. Ha egy konvex négyszög két-két szemben fekvő szöge kongruens, akkor a négyszög paralelogramma.

T.3. A paralelogramma átlói felezik egymást.

F.T. Ha egy konvex négyszög átlói kongruens részekre osztják egymást (vagyis felezik egymást), akkor a négyszög paralelogramma.

A paralelogramma átlóinak metszéspontját a **paralelogramma középpontjának** nevezzük.

II.2.1. Sajátos paralelogrammák

A téglalap

A **téglalap** az a paralelogramma, amelynek van egy derékszöge.

Mivel a téglalap paralelogramma, ezért érvényes rá a paralelogramma összes tulajdonsága.

- Vagyis: – A téglalap szemben fekvő oldalai kongruensek.
– A téglalap szemközti szögei kongruensek.
– A téglalap egymás melletti szögei kiegészítő szögek.
– A téglalap átlói felezik egymást.

Ezeket kívül a téglalap rendelkezik sajátos tulajdonságokkal is.

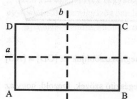
T.1. A téglalap minden szöge derékszög.

F.T. Ha egy négyszög minden szöge kongruens, tehát derékszög, akkor a négyszög téglalap.

Ez a téglalpnak jellemző tulajdonsága.

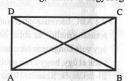
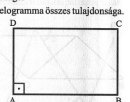
T.2. A téglalap átlói kongruensek: $[AC] = [BD]$.

F.T. Ha egy paralelogramma átlói kongruensek, akkor a paralelogramma téglalap.



A téglalap szimmetriája

- A téglalpnak két szimmetriatengelye van, ezek az oldalak felező merőlegesei.
- A téglalap átlóinak metszéspontja egybeesik a szimmetriatengelyek O metszéspontjával, és ez a szimmetria-középpontja.



A rombusz

Egy olyan paralelogrammát, amelynek két szomszédos oldala kongruens, **rombusznak** nevezzük. Az ábrán ABCD és EFGH négyszögek **rombuszok**.

Mivel a rombusz a paralelogramma „családjába” tartozik, ezért rendelkezik azok összes tulajdonságával:

- a rombusz szemközti oldalai kongruensek,
- a rombusz szemközti szögei kongruensek,
- a rombusz egymás melletti szögei kiegészítő szögek,
- a rombusz átlói felezik egymást.

Ezeket kívül a rombusznak sajátos tulajdonságai is vannak. Ezek tételek:

T.1. A rombusz oldalai kongruensek.

Másképpen: Ha egy konvex négyszög rombusz, akkor oldalai kongruensek.

F.T. Ha egy konvex négyszög minden oldala kongruens, akkor a négyszög rombusz. Ez a rombusz jellemző tulajdonsága.

T.2. A rombusz átlói merőlegesek egymásra: $AC \perp BD$.

F.T. Ha egy paralelogramma átlói merőlegesek egymásra, akkor a paralelogramma rombusz.

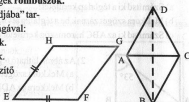
T.3. A rombusz átlói felezik a rombusz szögeit.

F.T. Ha a paralelogramma egyik átlója felezi a paralelogramma egyik szögét, akkor a paralelogramma rombusz.

A rombusz szimmetriája

A rombusznak két szimmetriatengelye van, és ezek az átlók.

Az átlók metszéspontja a rombusz szimmetria-középpontja.



A négyzet

Egy olyan téglalapot, melynek oldalai kongruensek, **négyzetnek** nevezzük.

A **négyzet** rendelkezik a téglalap és a rombusz összes tulajdonságával, vagyis:

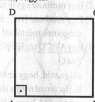
- oldalai kongruensek (mert rombusz)
- szögei kongruensek, tehát derékszögek (téglalap)
- átlói felezik egymást (paralelogramma)
- átlói kongruensek (téglalap)
- átlói merőlegesek egymásra (rombusz)
- átlói szögfelezők (rombusz)

A négyzet szimmetriája

A négyzetnek 4 szimmetriatengelye van, ebből

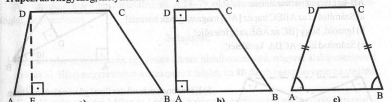
- kettő a két átló (mint a rombusznál)
- kettő a szemközti oldalak felező merőlegese (mint a téglalpnál)

Az átlók metszéspontja a négyzet szimmetria-középpontja.



II.4. A trapéz

Trapéz: az a négyszög, melynek két oldala párhuzamos, a másik két oldala nem párhuzamos.



A trapéz lehet: – **átlalános** (a ábra)

- **derékszögű**, amelynek egyik nem párhuzamos oldala merőleges az alapokra, ez egyben a magassága is (b ábra) $[DA] \perp [AB]$ és $[DA] \perp [DC]$.
- **egyenlő szárú** trapéz, amelynek nem párhuzamos oldalai (szárak) kongruensek (c ábra). Az ábrán $[AB] \parallel [DC]$, $[AD] \parallel [BC]$ és $[AD] = [BC]$, $[AD] \parallel [BC]$ – szárak.

T.1. Az egyenlő szárú trapéz egy-egy alapján fekvő két-két szög kongruens: $\hat{A} = \hat{B}$.

A **fordított tétele** is igaz: Ha egy trapézban valamelyik alapon fekvő két szög kongruens, akkor a trapéz egyenlő szárú.

T.2. Ha egy trapéz egyenlő szárú, akkor az átlói kongruensek.

A **fordított tétele** is igaz: Ha egy trapéz átlói kongruensek, akkor a trapéz egyenlő szárú.

